P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703
2008 ,(2), (2) :153-158
(JUAPS) مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة
Open Access

دراسة القيم الذاتية والدوال الذاتية للطاقة باستخدام مفكوك موللر وطريقة COGI في حال استعمال جهد كاوس

عبد العظيم زعيلي حميد

كلية الحاسوب– جامعة الانبار

معلومات البحث:
تاريخ التسليم: 2007/5/5
تاريخ القبول: 2008/7/15
تاريخ النشر: 14/ 6 / 2012
DOI: 10.37652/juaps.2008.15341

الكلمات المفتاحية:
دوال الطاقة ،
مفكوك موللر ،
طريقة COGI
جهد كاوس.

الخلاصة:
تضمن البحث دراسة القيم الذاتية والدوال الذاتية للطاقة وتمت مقارنة هذه القيم مع تلك التي حسبت بطريقة المتسلسلات المتقاربة (طريقة موللر Muller) وطريقة COGI (Canosa de Oliveria,Gordon and Ixaru) ولقيم مختلفة من الزخم الزاوي L وثابت الازدواج g2.

المقدمة

تم حساب الدوال الذاتية المقابلة للقيم الذاتية ووجدت انها مفيدة للاستعمال مع بعض التعديلات للطريقة العددية البسيطة والمطورة مؤخرا بشكل مستقل من قبل Canosa and de Oliveria, Gordon, Ixaru بدلا من اتباع طرق الحل الحسابية التقليدية مثل خطة الخطوة بخطوة لنميروف لحل المسالة للحالة الأرضية L=0 وللحالات المتهيجة الاخرى.

اما بالنسبة لأسلوب المفكوك المتقارب(asymptotic expansion approach) فقد استخدم Mullar تقنية الاضطراب حيث اخذ بنظر الاعتبار الحدود.

لغاية O(1/g2) وافترض ان كتلة الجسيم المستبدل A2 تساوي واحد.

القيم الذاتية والدوال الذاتية

$$E=-g^2+gA-\frac{3A^3(q^2+1)}{2^4}+\frac{q(11q^2+1)A^2}{2^6.3}h-\frac{(85q^4+2q^2-423)A^2}{2^9.3}h+O(h^3)......(1-1)$$

$$\varphi(z)=\varphi_2(z)+\sum_{\substack{j=2i\\ j\neq 0}}^{\infty}p_i(q.4j)\varphi_{2+4j}(z)....(2-1)$$

من المعادلات (1−1) ، (1−2)أخذنا بنظر الاعتبار الحدود لغاية O(1/g3) عند استخدام مفكوك موللر(Muller) للقيمة الذاتية، جميع الحسابات مجدولة كما سنرى لاحقاً وافترضنا إن كتلة الجسيم المستبدل A2 تساوي واحد.

القيم الذاتية المحسوبة لـ L=0

الجدول (1−1) يعطي القيم الذاتية بطريقة موللر(Muller)

EM والقيم الذاتية بطريقة COGI و COGI E0 باستخدام الطريقة العددية

* Corresponding author at: College of Computer - Anbar University Iraq;

E-mail address:

$$P(r)=\frac{L(L+1)}{r^2}-g^2\exp(-A^2r^2)..........(3-1)$$

وطريقة الاضطراب(perturbation theory)

ψ(0)=0, ψ (R)=0 ……….(4 -1)

لمستويات الطاقة المقابلة للنظام المقيد (bound system)، حيث أن القوة المركزية الطاردة لا تعمل على هذه الجسيمات فمثل هذه المنظومة تمتلك مستوى طاقة واحد فقط طاقته (الطاقة الأرضية E0 ground state) . كلا الطريقتين المنتجة لهذة القيمة اخذ ثابت الازدواج g (coupling constant) بنظر الاعتبار .

ومن الجدول (1-1) يتضح المقارنة بين القيم الذاتية المحسوبة بواسطة الطريقتين و الفرق المطلق (absolute δ= E0 COGI− E0M difference) لكل زوج من القيم المحسوبة والمثبتة في العمود الأخير من الجدول حيث نجد الاتفاق بين القيم الذاتية لكلا الطريقتين عند زيادة g2 .

القيم الذاتية المحسوبة لـL= 1

الجدول (1-2) يعطي القيم الذاتية للطاقة uE(COGI) ، v E(COGI) و EM التي تم الحصول عليها باستعمال دالة الخطوة

$$P^{\wedge}(r)=\begin{cases}p_1=\{p(r_1/10)+p(r_1)\}/2 \ ,0<r<r_i\\ p_2=\{p(r_1)+p(r_2)\}/2, r_1<r<r_2,\\ . \quad . \ . \ . \quad . \quad . \quad . \ .\\ p_n=\{p(r_{n-1})+p(r_n)\}/2,\ r_{n-1}<r<r_n=5\end{cases}...(4-1)$$

ودالة الخطوة المتغيرة

$$P^{\wedge}(r)=\begin{cases}p_1=\{p(r/10)+p(r_1)\}/2\ ,\ 0<r<r_i\\ p_2=\{p(r_1)+p(r_2)\}/2, r_1<r<r_2,\\ . \quad . \ . \ . \quad . \quad . \quad .\\ p_k=\{p(r_{k-1})+p(r_k)\}/2, r_{k-1}<r<r_{k+1},.\\ p_n=\{p(r_{n-1})+p(r_n)\}/2, r_{n-1}<r<r_n=5\end{cases}...(5-1)$$

والمعادله (1 − 1) هي دالة موللر على التوالي .

على الرغم من أن المنظومة الفيزياوية التي أخذت بنظر الاعتبار تسمح لمستويات طاقة أعلى من الحالة الأرضية ولكن نجد عند تطبيق جهد كاوس لا توجد مستويات طاقة متهيجة لكون القيم مقاربة لقيم المستوي الأرضي. وفي الواقع حصلنا على القيم الذاتية المقابلة للحالة الأرضية بالنسبة لقيم كبيرة لثابت الازدواج g.

الفروقات EM– δuE=uE(COGI) ،- δvE=vE(COGI)

EMتم حسابها مرة أخرى لقياس التقارب بين القيم الذاتية التي تم الحصول عليها بواسطة الطريقتين حيث يبدوا انهما غير متفقتين نوعاً ما ومع ذلك الملاحظة التي أجريت في الفقرة السابقة فيما يخص العلاقة بين g2 و δ يبدو انه تبقى صحيحة وبعبارة أخرى فان g2 يجب أن يكون كبيراً للغاية في هذه الحالة قبل اقتراب مفكوك موللر من القيم الذاتية المحسوبة عددياً (الجداول (3،2-1)) .

القيم الذاتية المقابلة إلى قيم g2 الكبيرة .

الجداول (1-3)و(1-4) تعطي القيم الذاتية عند L=0 و L=1 على التوالي حيث ان g2 ذات قيم كبيرة.

ومن الجدير بالملاحظة إن القيم الذاتية العالية المحسوبة باستخدام مفكوك موللر تميل إلى تلك التي تم الحصول عليها من طريقة COGI وبأسلوب مشابه تماماً للحالة الأرضية E0.

الدوال_ الذاتية المحسوبة بواسطة COGI

القيم العددية لدالة الموجة (Ψ(r عند نقاط منتقاة (selection points) المحسوبة بواسطة طريقة COGI قد ثبتت في الجداول (1-5)، (1-6)،(1-7)،(1-8)و(1-9). كل مجموعة من القيم تقابل ثابت الازدواج g2=16 والزخم الزاوي L =0 أو L=1.

جدول (1-1) مقارنة للقيم الذاتية المحسوبة بطريقة Muller و COGI عند L=0

g^2	Steps in COGI	E_0^{COGI}	$E_0^{M(a)}$	$\delta = E_0^{COGI} - E_0^{M}$
6 . 0	5 0 0	-0.7379340	-0.7299476	-0.00079864
7 . 0	5 0 0	-10130848	-1.123055	-0.007793
8 . 0	5 0 0	-1.567733	-1.5607812	-0.006952
9 , 0	5 0 0	-2.040577	-2.034505	-0.005072
10.0	5 0 0	-2.543395	-2.538058	-0.005337
11.0	5 0 0	-3.071584	-3.066872	-0.004712
12.0	5 0 0	-3.621620	-3.617428	-0.0041292
13.0	5 0 0	-4.190721	-4.186965	-0.003756
14.0	5 0 0	-4.776641	-4.773258	-0.003383
14.0	1000	-4.776672	-4.773258	-0.003414
15.0	5 0 0	-5.377545	-5.374485	-0.003061
15.0	1000	-5.377587	-5.374485	-0.003120
16.0	5 0 0	-5.991916	-5.989136	-0.002780
16.0	1000	-5.991967	-5.989136	-0.002831

(a) q = 3 لجميع القيم الذاتية E^M المحسوبة بواسطة المعادلة (1- 2)

الجدول (1-2) مقارنة القيم الذاتية uE(COGI)، vE(COGI) و EM عند L = 1

g^2	$\delta E^{(b)}_{0,3}$	$\delta E_{1,7}$	$\delta E_{2,11}$	$\Delta E_{3,15}$
25.0	-0.00130	-0.3204714	-	-
40.0	-0.00026	-0.125567	-	-
50.0	-0.00017	-0.08317	(c)	-
75.0	-0.00101	-0.04045	-0.554289	-
100.0	-0.00156	-0.02437	-0.31260	(d)

(a) q = 3 لجميع القيم الذاتية EM المحسوبة بواسطة المعادلة (1- 1).

في الجداول (1-5)،(1-6)، استخدمنا L=0 وحجم الخطوات h=0.01 و h=0.05 أما في الجداول (1-7)،(1-8)،و(1-9) أخذت الحالة L=1 مع نفس أحجام الخطوة المنتظمة لتحديد Ψ في الجداول (1-7)و(1-9) على التوالي ، أما القيم في الجدول (1-8) قد حسبت باستعمال أحجام خطوة متغيرة h1=0.004 حول 0≤r≤1 و h2=0.016 حول 1≤r≤5 ، لذا فأننا نوضح الدوال الذاتية بيانياً في الأشكال (1-1)و(1-2) حيث استخدمنا في هذه الأشكال القيم المثبتة في الجداول (1-5)و(1-7) لذلك نجد أن السلوك البياني المبين هو سلوك مثالي لجميع قيم الدوال الذاتية التي تم الحصول عليها ولجميع ثوابت الازدواج .

Reference

1. S- Flugge Practical Quantum Mechanics vol 1.11 New York (1971).
2. H.J.W Muller "perturbation theory for large coupling constants applied to the gauss potential jmath.phys. (1970).
3. H.J.W Muller perturbation theory for large coupling constants applied to the gauss potertial" J. math.phys. (1970).
4. H.J.W Muller and K.Schilcher: J. Math phys .9 (1968) 255.
5. Perturbation Approach for Regular Interactions lectures in theoretical High Energy Physics. H.H. Aly, ed interscience, New York 1969- 188.
6. J. Conosa " Numerical solution of Mathin's Equations" J. comp. phys 7 (1971) 255
7. J.Canosa and R.G.De Olivoira , J.Comput .phys 5 (1970) 88
8. I.Savuicov and W.R.Johnson, Phys. Rev. A 62(2000) 1.
9. S.N. Abood. (2001) to be published.

P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703 (JUAPS) مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة Open Access
2008 ,(2), (2) :153-158

جدول (1 – 5) الدوال الذاتية Ψ(r) المحسوبة بواسطة طريقة COGI

عند n = 500 ، L = 0 و g2=16

r	Ψ(r)	r	Ψ(r)
0.0	0.0	2.6	0.27152432D – 01
0.1	0.42196916D 00	2.7	0.212599476D – 01
0.2	0.80304015D 00	2.8	0.16645126D – 01
0.3	0.11099086D 01	2.9	0.13031484D – 01
0.4	0.13222685D 01	3.0	0.10202062D – 01
0.5	0.14347150D 01	3.1	0.79867705D – 02
0.6	0.14551345D 01	3.2	0.62523362D – 02
0.7	0.14006684D 01	3.3	0.48943702D – 02
0.8	0.12928195D 01	3.4	0.38311213D – 02
0.9	0.11530952D 01	3.5	0.29985717D – 02
1.0	0.10000000D 01	3.6	0.23465903D – 02
1.1	0.84933259D 00	3.7	0.18359172D – 02
1.2	0.70778808D 00	3.8	0.14358006D – 02
1.3	0.58090659D 00	3.9	0.11221462D – 02
1.4	0.47105028D 00	4.0	0.87606634D – 03
1.5	0.37839294D 00	4.1	0.68274220D – 03
1.6	0.30177893D 00	4.2	0.53053208D – 03
1.7	0.23937566D 00	4.3	0.41027004D – 03
1.8	0.18911793D 00	4.4	0.31471403D – 03
1.9	0.14897968D 00	4.5	0.23810977D – 03
2.0	0.11711932D 00	4.6	0.17584423D – 03
2.1	0.91941029D - 01	4.7	0.12416784D – 03
2.2	0.72105350D - 01	4.8	0.79968715D – 04
2.3	0.565123840D - 01	4.9	0.40585218D – 04
2.4	0.44272646D - 01	5.0	–0.40585218D 04
2.5	0.34674423D – 01	-	-

جدول (1 – 6) الدوال الذاتية Ψ(r) المحسوبة بواسطة طريقة

COGI عند n = 1000 ، L=0 g2=16

r	Ψ(r)	r	Ψ(r)
0.0	0.0	3.0	0.10077474D – 01

جدول (1–3) الفرق بين القيم الذاتية ECOGI , EM عند قيم

g2 الكبيرة ، L = 0(a)

g^2	Steps in COGI	$u^{E(COGI)}$	$v^{E(COGI)}$	$E^{M(a)}$	$u^{E(COGI)}$_ $\delta_u E = E^M$	$v^{E(COGI)}$_E^M $\delta_v E =$
14.0	500	-0.4263363	-0.4269721	-0.2567219	-0.169144	-0.1702502
14.0	1000	-0.4269381	-	-0.2567219	-0.1702162	-
15.0	500	-0.7196134	-0.7205267	-0.5751195	-0.1445939	-0.1454072
15.0	1000	-0.7204489	-	-0.5751195	-0.1453294	-
16.0	500	-1.042534	-1.043505	-0.9177456	-0.124789	-0.125760
16.0	1000	-1.043405	-	-0.9177456	-0.125660	-

(a) جميع القيم الذاتية المحسوبة بواسطة COGI لها n = 500.

(b) Ei,j = EiCOGI − EiM حيث ان i = ith من القيم الذاتية ، j = قيمة q المستخدمة في المعادلة (1 – 2) .

(c) ECOGI = 0.1973158 ، EM = +1.196081 .

(d) ECOGI = 1.197602 ، EM = ±1.038106 .

جدول (1–4) الفرق بين القيم الذاتية ECOGI , EM عند قيم

g2 الكبيرة ، L = 1(a)

g^2	δE(b) 0,3	δE1,7	δE2,11
25.0	-0.050047	-	-
50.0	-0.00629	-0.393194	-
75.0	-0.050047	-0.16188	-
100.0	-0.00629	-0.08091	-0.87262

(a)دالة الخطوة (1 – 4) عند n = 500 والتي استخدمت في حساب جميع القيم الذاتية بطريقة COGI .

(b) Ei,j = EiCOGI − EiM حيث ان i = ith من القيم الذاتية ، j = قيمة q المستخدمة في المعادلة (1 – 1) .

0.5	0.14237401D 01	3.5	0.29618933D – 02
1.0	0.99238016D 00	4.0	0.86520530D – 03
1.5	0.37418591D 00	4.5	0.234675540D-03
2.0	0.11570976D 00	5.0	0.0
2.5	0.34251716D –01	-	-

جدول (1 – 7)الدوال الذاتية (Ψ(r المحسوبة بواسطة طريقة COGI عند n = 500 (حجوم الخطوة متغيرة)

r	Ψ(r)	r	Ψ(r)
0.0	0.0	0.7	0.12059387D 01
0.1	0.5886650D- 01	0.8	0.12991245D 01
0.2	0.20095835 D 00	0.9	0.13382690D 01
0.3	0.40321926 D 00	1.0	0.13306013D 01
0.4	0.63398006 D 00	1.8	0.70471121D 00
0.5	0.86095765 D 00	2.6	0.28283470D 00
0.6	0.10574299 D 01	3.4	0.11382782D 00

جدول (1– 8) الدوال الذاتية (Ψ(r المحسوبة بواسطة طريقة COGI عند n = 500 وL = 1 ، g2=16

r	Ψ(r)	r	Ψ(r)
0.0	0.0	2.6	0.27830849D 00
0.1	0.46501485D- 01	2.7	0.24845308D 00
02.	0.17927050D 00	2.8	0.22184999D 00
0.3	0.37547531D 00	2.9	0.19811871D 00
0.4	0.60410791D 00	3.0	0.17692314D 00
0.5	0.83267262D 00	3.1	0.15796708D 00
0.6	0.10335823D 01	3.2	0.14098953D 00
0.7	0.11881991D 01	3.3	0.12576032D 00
0.8	0.12879994D 01	3.4	0.11207611D 00
0.9	0.13333453D 01	3.5	0.99756875D- 01

1.0	0.13308877D 01	3.6	0.88642824D – 01
1.1	0.12906505D 01	3.7	0.78591691D – 01
1.2	0.12235436D 01	3.8	0.69476423D – 01
1.3	0.11396490D 01	3.9	0.61183149D – 01
1.4	0.10473002D 01	4.0	0.53609415D – 01
1.5	0.95317184D 00	4.1	0.46662631D – 01
1.6	0.86136058D 00	4.2	0.40258717D – 01
1.7	0.77423844D 00	4.3	0.34320895D – 01
1.8	0.69341240D 00	4.4	0.28778615D – 01
1.9	0.61959006D 00	4.5	0.23566593D – 01
2.0	0.55288042D 00	4.6	0.18623939D – 01
2.1	0.49302411D 00	4.7	0.13893365D – 01
2.2	0.43955767D 00	4.8	0.93204478D – 02
2.3	0.39192387D 00	4.9	0.48529523D – 02
2.4	0.34954124D 00	5.0	0.0
2.5	0.31184496D 00	-	-

جدول(1 – 9) الدوال الذاتية(Ψ(r المحسوبة بواسطة طريقة طريقة COGI عند g2=161000 ، L=1

r	Ψ(r)	r	Ψ(r)
0.0	0.0	3.0	0.17581877D 00
0.5	0.81842057D 00	3.5	0.99679816D – 01
1.0	0.13249084D 01	4.0	0.53198912D – 01
1.5	0.95315132D 00	4.5	0.23542563D – 01
2.0	0.54960487D 00	5.0	0.0
2.5	0.31171617D 00	-	-

P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703 (*JUAPS*) *مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة* Open Access
2008 ,(2), (2) :153-158

Study of eigen function and eigen values for energy by muller s method and COGI method by use Causs potential

Abdul Adeem Z. Hameed

Abstract:

This study concern here on we shall compare the Eigen values and eigenfunction calculated numerically with those obtained by the asymptotic series (Muller,s method) and COGI method where large and moderately large values of angular momentum L and coupling constants g2 are involved.