



اقترح دالة تقلص لحالة المشاهدة الواحدة في مشكلة $N(\theta,1)$

عامر فاضل نصار

جامعة تكريت/ كلية التربية للبنات

الخلاصة:

في هذا البحث تم اقتراح دالة تقلص (Shrinkage Function) لحالة المشاهدة الواحدة (Single Observation) في مشكلة $N(\theta,1)$ واثبتنا ان للمقدر المتقلص (Shrinkage Estimator) علاقة بمقدر بيز الطبيعي (Normal Bayes Estimator) وتمت دراسة خواصه ودراسة الحالة المثالية وخواص صف المقدرات المتقلصة (CSE) وايجاد النقاط المثالية وتم تقديم مبرهنتين حول موضوع البحث.

معلومات البحث:

تاريخ التسليم: 2009/2/9
تاريخ القبول: 2009/11/22
تاريخ النشر: 2012 / 6 / 14

DOI: 10.37652/juaps.2010.15452

الكلمات المفتاحية:

دالة تقلص ،
حالة المشاهدة الواحدة ،
 $N(\theta,1)$.

المقدمة

في هذا البحث اقترح تقدير معلمة الوسط الحسابي θ (Estimation of Mean Parameter) عندما يكون التباين σ^2 (Variance) يساوي واحد في حالة التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) $N(\theta,1)$ بوجود مشاهدة واحدة (Single Observation).

في موضوع التقدير (Estimation) كلما حصل نقص في عدد المشاهدات في العينة العشوائية (Random Sample) اثر ذلك على تقدير المعلمات لذلك يتخذ الباحثون إجراءات معينة لتلافي الخطأ الحاصل من هذا النقص، وفي حالة كون حجم العينة العشوائية هو مشاهدة واحدة فقط ($n=1$) أصبح تقدير المعلمة المراد تقديرها بالغ الصعوبة، مقدرات التقلص (Shrinkage Estimators) هي احد أنواع التقدير التي تتعامل مع هذه الحالة ونحن من خلالها نحاول إيجاد مقدرات لحالة المشاهدة الواحدة بحيث تكون قليلة التأثير بالنقص الكبير بمشاهدات العينة العشوائية وفكرة مقدرات التقلص تعتمد على الاستفادة من المعلومات المسبقة θ_0 من جهة وعلى التقدير من العينة العشوائية $\hat{\theta}$ من جهة أخرى بالاعتماد على دالة تقلص موزونة λ ، ليكون مقدر التقلص تركيب خطي لهما:

$$\tilde{\theta} = \lambda \hat{\theta} + (1 - \lambda)\theta_0 \quad (1) \dots\dots$$

حيث $0 \leq \lambda \leq 1$.

إن اقتراح دوال التقلص الموزونة غالبا ما يكون بشكل اعتباطي (ad hoc basis) فمنها الثابتة ومنها من يعتمد على $\hat{\theta}$ حسب رغبة الباحث وينتج عن كل منها مقدر تقلص لذلك ستكون لدينا عائلة من مقدرات التقلص وسنقارن هذه المقدرات مع المقدرات الاعتيادية أو المقدر الأمثل (Optimal Estimator) بالنسبة إلى اقل دالة خطورة أو اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) أو أعلى كفاءة للحصول على مقدرات جديدة ذات كفاءة عالية لحالتنا المعروضة للدراسة، ومن البحوث التي درست في هذا المجال هي [1]، [2]، [6]، [9].

(2) المقدر المقترح

ليكن x متغير عشوائي يمتلك توزيع طبيعي بوسط حسابي θ وتباين ثابت معلوم مقداره واحد أي $x \sim N(\theta, 1)$ ولتكن لدينا مشاهدة واحدة (Single Observation) فقط وليكن $\pi(x, \lambda)$ (انظر المصدر [4]) هو مقدر التقلص الناتج من استخدام دالة التقلص

$$\pi(x, \lambda) \quad (\text{في بحثنا سنرمز لها للاختصار بالرمز } \lambda)$$

$$\pi(x, \lambda) = \tilde{\theta} = \lambda \hat{\theta} + (1 - \lambda)\theta_0$$

$$\pi(x, \lambda) = \lambda(x)x = \lambda \cdot x \quad \dots(2)$$

* Corresponding author at: Tikrit University/ College of Education for women, Iraq;
ORCID:
E-mail address:

(Unbias) غير متحيز $\pi(x, \lambda)$ المقدر $(\tilde{\theta} = \hat{\theta})$ وعليه يكون المقدر $\pi(x, \lambda)$ غير متحيز (Unbias Estimator)، وبما إن المقدر متحيز لذلك نستخدم القيمة المتوقعة لمربع انحراف المقدر عن المعلمة أو متوسط مربعات الخطأ MSE كأساس للمفاضلة بين المقدرات الناتجة من استخدام قيم مختلفة لدالة التقص λ لبيان أفضليتها، فالمقدر الذي يمتلك اقل MSE بين هذه المقدرات يكون هو الأفضل

$$\begin{aligned} MSE(\tilde{\theta}, \lambda) &= R(\tilde{\theta}, \lambda) \\ &= E(\pi(x, \lambda) - \theta)^2 \\ &= E_{\theta}(\lambda \cdot x - \theta)^2 \\ &= E(\lambda^2 \cdot x^2 - 2\lambda\theta x + \theta^2) \\ &= \lambda^2 E(x^2) - 2\lambda\theta E(x) + \theta^2 \\ &= \lambda^2 E(x^2) - \lambda^2\theta^2 + \lambda^2\theta^2 - 2\lambda\theta^2 + \theta^2 \\ &= \lambda^2 (E(x^2) - \theta^2) + (\lambda^2 - 2\lambda + 1)\theta^2 \\ &= \lambda^2 V(x) + (\lambda - 1)^2 \theta^2 \end{aligned}$$

وفي موضوع بحثنا افترضنا ان التباين ثابت ويساوي واحد، لذلك فان

$$MSE(\tilde{\theta}, \lambda) = \lambda^2 + (\lambda - 1)^2 \theta^2 \dots(3)$$

(4) الحالة المثالية Optimal Case

من ملاحظة متوسط مربعات الخطأ (MSE)

للمقدر $\pi(x, \lambda)$ ، يتبين انه دالة تعتمد على λ وهدفنا هنا أن يكون متوسط مربعات الخطأ اقل ما يمكن، لذلك نشق MSE بالنسبة إلى

λ وكما يأتي

$$\begin{aligned} \frac{\partial MSE}{\partial \lambda} &= 2\lambda + 2(\lambda - 1)\theta^2 \\ 2\lambda + 2(\lambda - 1)\theta^2 &= 0 \\ \lambda + \lambda\theta^2 - \theta^2 &= 0 \\ \lambda(1 + \theta^2) &= \theta^2 \\ \lambda &= \theta^2(1 + \theta^2)^{-1} \dots(4) \end{aligned}$$

حيث $0 \leq \lambda \leq 1$ ، وهذا المقدر من مقدرات المعلمة θ الذي يخص حالة المشاهدة الواحدة في حالة عدم وجود معلومات مسبقة عنها (أي $\theta_0 = 0$).

(3) صفات المقدر المقترح

للمقدر $\pi(x, \lambda)$ صفات أهمها : أن له علاقة بمقدر بيز للمعلمة θ الذي له توزيع قبلي طبيعي (Normal Prior Distribution) بمعدل مقداره صفر وتباين مقداره $\lambda(1 - \lambda)^{-1}$ أي $N(0, \lambda(1 - \lambda)^{-1})$ حيث ان مقدر بيز (Bayes Estimator) للمعلمة θ هو [3]

$$\begin{aligned} BE_{\theta} &= \frac{\theta_0 V^2 + n\bar{\theta}V_0^2}{V^2 + nV_0^2} \\ BE_{\theta} &= \frac{(0)(1) + (1)(x)\lambda(1-\lambda)^{-1}}{1 + \lambda(1-\lambda)^{-1}} = \frac{x\lambda}{1-\lambda} = \frac{x\lambda}{1-\lambda + \lambda} = \frac{x\lambda}{1-\lambda} \\ BE_{\theta} &= \lambda \cdot x \end{aligned}$$

وهذه النتيجة تمثل المقدر $\pi(x, \lambda)$ الناتج من استعمال دالة التقص λ أي إن $\pi(x, \lambda)$ هو مقدر بيزي طبيعي توزيعه القبلي $N(0, \lambda(1 - \lambda)^{-1})$ ، ومن صفات $\pi(x, \lambda)$ إن التوقع الرياضي للمعلمة المقدر لا يساوي المعلمة نفسها [8]

$$E(\tilde{\theta}) = E(\lambda \cdot x)$$

وبما إن قيمة λ هي قيمة ثابتة (constant) لذلك يكون التوقع الرياضي بالصيغة

$$E(\tilde{\theta}) = \lambda E(x) = \lambda \theta$$

أي انه مقدر متحيز (Bias Estimator) ماعدا إذا كانت $\lambda = 1$ فان التركيب الخطي للمقدر $\tilde{\theta}$ في العلاقة (1) يعتمد على $\hat{\theta}$ فقط

إن دالة الـ MSE متزايدة في $\theta > 0$ ، ومقعدة في

$$0 < \theta < \frac{1}{\sqrt{7}} \quad \text{ومحدبة في} \quad \theta > \frac{1}{\sqrt{7}}$$

ومن خواصها المهمة جدا

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} MSE(\theta, \lambda_{op}) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} = 1 \quad \dots\dots(6)$$

أي إن MSE للحالة المثالية تكون مقيدة وهذه صفة مهمة جدا لصالح الحالة المثالية خصوصا إذا كان الباحث يبحث عن اقل خطورة ممكنة، الشكل (1) يبين هذه الخواص بوضوح.

مبرهنة 1(A) : المقدر $\pi(x, \lambda_{op})$ مقدر مقبول

البرهان : لبرهان $\pi(x, \lambda_{op})$ مقبول، يجب أن نبرهن انه يسيطر (dominate) على جميع المقدرات الأخرى ، أي يجب أن نبرهن

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda) \quad \text{لكل قيم } \theta.$$

$$(I) \quad \theta = 0$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) = 0$$

$$MSE(\theta, \lambda) = \lambda^2$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

$$(II) \quad \theta = \infty$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} MSE(\theta, \lambda_{op}) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} = 1$$

$$MSE(\theta, \lambda) = \infty$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

$$(III) \quad 0 < \theta < \infty$$

$$(i) \quad 0 < \theta < \infty , \quad \lambda = 0$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) = \frac{\theta^2}{1 + \theta^2}$$

$$MSE(\theta, \lambda) = \theta^2$$

$$\therefore \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} \leq \theta^2 \quad \forall \theta$$

أي إن MSE تكون اقل ما يمكن عندما تتحقق (4) وتسمى λ في

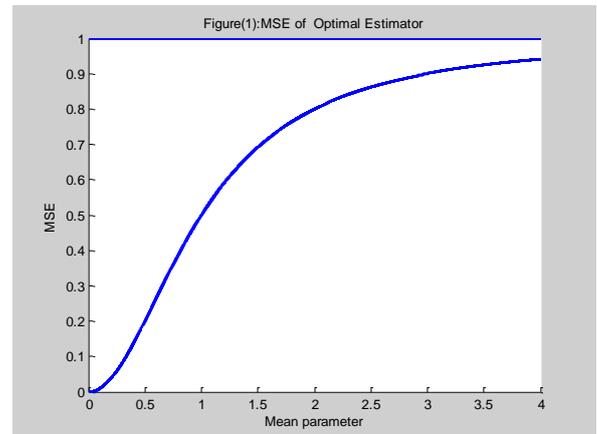
هذه الحالة بـ λ المثالية (λ optimal) والتي سنرمز لها بالرمز

λ_{op} وهي أفضل حالات λ والمقدر الناتج منها هو أفضل من عائلة

المقدرات الأخرى لأنه يمتلك اقل MSE . وعند قيمة λ_{op} فان قيمة

MSE المعرفة في العلاقة (3) تصبح

$$\begin{aligned} MSE(\theta, \lambda_{op}) &= [\theta^2(1 + \theta^2)^{-1}]^2 + [\theta^2(1 + \theta^2)^{-1} - 1]^2 \theta^2 \\ &= \theta^4(1 + \theta^2)^{-2} + \left(\frac{\theta^2 - 1 - \theta^2}{1 + \theta^2}\right)^2 \theta^2 \\ &= \theta^4(1 + \theta^2)^{-2} + \theta^2(1 + \theta^2)^{-2} \\ &= (\theta^2 + \theta^4)(1 + \theta^2)^{-2} \\ &= \theta^2(1 + \theta^2)(1 + \theta^2)^{-2} \\ MSE(\theta, \lambda_{op}) &= \theta^2(1 + \theta^2)^{-1} \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$



الشكل (1) يوضح تمثيل الـ MSE بالنسبة الى θ للمقدر المثالي

ولأهمية الحالة المثالية سوف ندرس جانب من خواصها فهي دالة

متناظرة حول المحور العمودي لذلك نكتفي بدراسة الجزء الموجب منها

فقط ومن خواصها التي نحصل عليها من المشتقة الأولى والثانية.

$$\frac{\partial MSE(\theta, \lambda_{op})}{\partial \theta} = \frac{2\theta}{(1 + \theta^2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 MSE(\theta, \lambda_{op})}{\partial \theta^2} = \frac{2(-7\theta^2 + 1)}{(1 + \theta^2)^3}$$

من (A1) و (A2) و (A3) نستنتج ان

$$\frac{(n+1)^2}{1+(n+1)^2} \leq \lambda^2 + (\lambda-1)^2(n+1)^2$$

متحققة عندما

(iii) $(\theta = n+1)$ وهذا يعني انها متحققة لكل قيم θ ، أي ان (iii) متحققة لكل قيم θ ،

من (i) و (ii) و (iii) نستنتج ان (III) متحققة لكل قيم θ .

من (I) و (II) و (III) نستنتج ان

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

متحققة لكل قيم θ .

أي ان المقدر $\pi(x, \lambda_{op})$ يسيطر (dominate) على جميع

المقدرات الأخرى لكل قيم θ .

أي ان المقدر $\pi(x, \lambda_{op})$ مقدر مقبول (Admissible)

(Estimator) لكل قيم θ .

مبرهنة (B) : المقدر $\pi(x, \lambda_{op})$ مقدر صغرى الكبريات الوحيد

(Unique Minimax)

البرهان :

$\pi(x, \lambda_{op})$ هو مقدر مقبول (حسب مبرهنة (A) من هذا البحث)،

وهذا هو الشرط الاول

$\pi(x, \lambda_{op})$ له خطورة ثابتة (Constant Risk) حسب العلاقة (6)

من هذا البحث، وهذا هو الشرط الثاني. هذان الشرطان كافيان (انظر

المصدر [7]) ليكون

$\pi(x, \lambda_{op})$ مقدر صغرى الكبريات الوحيد (Unique Minimax).

(5) صف المقدرات المتقلصة

بما إن قيم λ تقع في الفترة [0,1] لذلك يكون

$$\pi(x, \lambda) = \lambda(x)x, \quad \lambda \in l$$

حيث l هي مجموعة

الأعداد الحقيقية الواقعة في الفترة [0,1] وبما انه يوجد عدد غير منته

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

$$(ii) \quad 0 < \theta < \infty, \lambda = 1$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) = \frac{\theta^2}{1+\theta^2}$$

$$MSE(\theta, \lambda) = 1$$

$$\frac{\theta^2}{1+\theta^2} \leq 1 \quad \forall \theta$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

$$(iii) \quad 0 < \theta < \infty, 0 < \lambda < 1$$

لبرهان الحالة (iii) نستخدم طريقة الاستقراء الرياضي

$$(\theta = 1)$$

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) = \frac{1}{2}$$

$$MSE = \lambda^2 + (\lambda - 1)^2$$

$$\frac{1}{2} \leq \lambda^2 + (\lambda - 1)^2$$

للبرهنة على

$$\frac{1}{2} \leq \lambda^2 + \lambda^2 - 2\lambda + 1$$

$$1 \leq 4\lambda^2 - 4\lambda + 2$$

$$4\lambda^2 - 4\lambda + 1 \geq 0$$

$$(2\lambda - 1)^2 \geq 0$$

وهذه العبارة صحيحة لكل قيم λ أي أن

$$MSE(\theta, \lambda_{op}) \leq MSE(\theta, \lambda)$$

عندما $(\theta = 1)$ ، نفرض ان

العلاقة متحققة لكل $(\theta = n)$ أي أن

$$\frac{n^2}{1+n^2} \leq \lambda^2 + (\lambda-1)^2 n^2$$

...(A1)

يجب ان نبرهن تحققها عندما $(\theta = n+1)$ أي يجب ان نبرهن على

$$\frac{(n+1)^2}{1+(n+1)^2} \leq \lambda^2 + (\lambda-1)^2(n+1)^2$$

صحة

$$\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2+1} \leq \frac{(n+1)^2}{n^2+1} = \frac{n^2+2n+1}{n^2+1} = \frac{n^2}{n^2+1} + \frac{2n+1}{n^2+1}$$

$$\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2+1} \leq \frac{n^2}{n^2+1} \dots\dots\dots(A2)$$

$$\lambda^2 + (\lambda-1)^2 n^2 \leq \lambda^2 + (\lambda-1)^2(n+1)^2 \dots(A3)$$

$$\lambda^2 + (\lambda - 1)^2 \theta^2 = \frac{\theta^2}{1 + \theta^2}$$

$$\theta^2 = (1 + \theta^2)[\lambda^2 + (1 - \lambda)^2 \theta^2]$$

$$\theta^2 = \lambda^2 + (1 - \lambda)^2 \theta^2 + \theta^2 \lambda^2 + (1 - \lambda)^2 \theta^4$$

$$(1 - \lambda)^2 \theta^4 - 2\lambda(1 - \lambda)\theta^2 + \lambda^2 = 0$$

$$[(1 - \lambda)\theta^2 - \lambda]^2 = 0$$

$$\theta^2 = \frac{\lambda}{1 - \lambda}$$

$$\theta_{op} = \sqrt{\lambda / (1 - \lambda)}$$

ولإيجاد النقاط ذات الخطورة الثابتة θ_c لمقدرات $CSE(1)$ نتبع ما يأتي

$$\lambda^2 + (\lambda - 1)^2 \theta^2 = 1$$

$$(1 - \lambda)^2 \theta^2 = 1 - \lambda^2$$

$$\theta^2 = \frac{1 - \lambda^2}{(1 - \lambda)^2}$$

$$\theta_c = \frac{\sqrt{1 - \lambda^2}}{1 - \lambda}$$

يمكن الاستفادة من الجدول (1) فبمعرفة قيمة λ نحصل على

المقدر (لان $\pi(x, \lambda) = \lambda x$) وكل مقدر من هذه المقدرات يمتلك

نقطة (θ_{op}) يكون فيها مثاليا و يمتلك نقطة (θ_c) يكون فيها ذو

خطورة ثابتة. وبما ان النقطة ($\theta = 0$) من أهم النقاط المرشحة لان

تكون هي معلمة الوسط لذلك نختار صف آخر من المقدرات المتقلصة

بحيث يقترب الـ MSE لأي مقدر من هذه المقدرات من نقطة الصفر

(الشكل (3) يبين بوضوح هذا الاقتراب) فنعرف صفا من المقدرات

كالآتي:

$$CSE(2) = \left\{ \pi : \pi = \pi(x, \lambda), \lambda = \frac{n}{100}, 0 \leq n \leq 10, n \in I^+ \right\}$$

جدول (1) قيم λ تقابلها النقاط المثالية والنقاط ذات الخطورة الثابتة

لمقدرات $CSE(1)$

λ	θ_c	θ_{op}
1	∞	∞
0.9	4.359	3
0.8	3	2

من قيم ℓ لذلك يوجد عدد غير منته من المقدرات المتقلصة والتي

تسمى بصف المقدرات المتقلصة (Class of Shrinkage

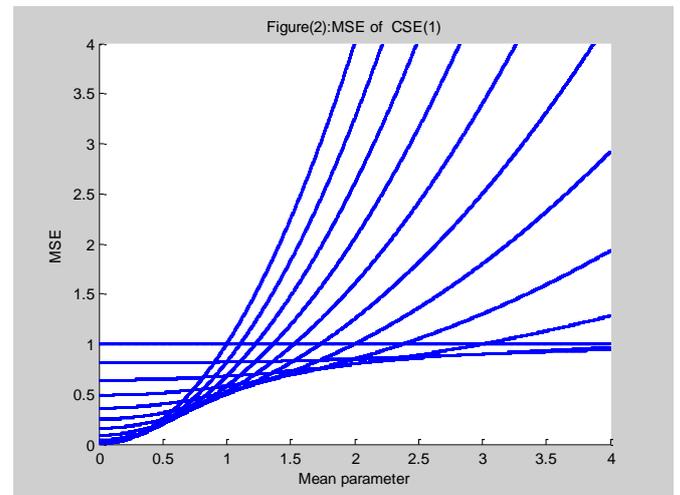
Estimators CSE

$$CSE(\ell) = \{ \pi : \pi = \pi(x, \lambda), \lambda \in \ell \}$$

ولدراسة خواص هذه المقدرات نأخذ قسم منها يتوزع بانتظام على الفترة

$[0, 1]$ ويعرف كالاتي

$$CSE(1) = \left\{ \pi : \pi = \pi(x, \lambda), \lambda = \frac{n}{10}, 0 \leq n \leq 10, n \in I^+ \right\}$$



الشكل (2) يمثل MSE لصف المقدرات المتقلصة $CSE(1)$ مضافا

إليه MSE للمقدر المثالي مقابل المعلمة θ ويعرض ما تبرهنه

المبرهنة (A) وهي ان المقدر المثالي مقبول بالنسبة الى مقدرات

$CSE(1)$

ونلاحظ من الشكل (2) ان أي مقدر من مقدرات $CSE(1)$ يكون

مثاليا في نقطة تقاطعه مع المقدر المثالي (عند النقاط θ_{op}) ثم يكون

كل من هذه المقدرات في نقطة تقاطعه مع الخطورة الثابتة

($MSE = 1$) ذو خطورة ثابتة تساوي واحد (عند النقاط θ_c) ومن ثم

يكون كل من هذه المقدرات (عدا الثابت) ذو خطورة غير محددة

وعالية، ومن الممكن النقاط المثالية θ_{op} لمقدرات $CSE(1)$ وكما

يأتي:

المصادر

[1] الجبوري , عباس نجم(1995) , " بعض مقدرات الاختبار الأولي

للتوزيع الطبيعي " ,رسالة ماجستير, مقدمة إلى كلية التربية ابن
الهيثم, جامعة بغداد.

[2] الزيدي , عامر فاضل(2005) , " دراسة مقارنة بين مقدر مقترح

جديد لمعدل $N(\eta, 1)$ مع مقدرات (بيز الطبيعي ، الاختبار
الأولي، لابلاس ، بور) " , رسالة ماجستير, مقدمة إلى كلية العلوم,
الجامعة المستنصرية.

[3] كشمير، علي حبيب (1999) ، " بعض مقدرات التقصص البيزية ذات

الاختبار الأولى " ، رسالة ماجستير ، مقدمة إلى كلية التربية ابن
الهيثم ، جامعة بغداد.

[4] Abadir, K. M. & J.R. Magnus(2002),“ Notation in
Econometrics: A proposal for A standard ” ,
Econometrics Journal Vol.5.

[5] Al-Hemyari.Z.A. & Al-Gebori.A.N., “Modified
estimators of normal distribution utilizing initial
estimate ”, 1999, J. of ALFATH , AL-
Mustansiryah Univ. , No.3, p. 9.

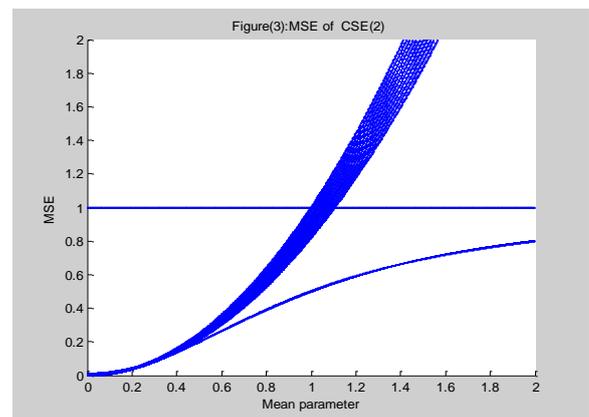
[6] Al-Gebori.A.N., (2008),“An Efficient Shrinkage
Estimators for the Mean of Normal Population
with known Variance ” , Ibn Al-Haitham Journal
for pure and application sciences Vol.21(3).

[7] Berger, J. O. (1985), “ Statistical Decision Theory
and Bayesian Analysis ” (2nd edition) , New York
: Springer-Verlag.

[8] Hogg R. V. & Allen T. Craig, (1978), “
Introduction to Mathematical Statistics ” , 4th
edition, Macmillan Publishing Co. , Inc. New
York.

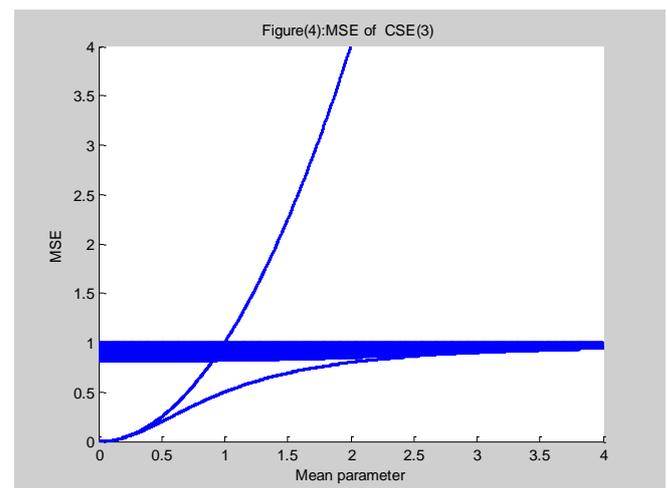
[9] Magnus, J. R. (2002), “ Estimation of The Mean of
a Univariate Normal Distribution with Know
Variance ”, Econometrics Jo.Vol.6.

0.7	2.38	1.528
0.6	2	1.225
0.5	1.732	1
0.4	1.528	0.816
0.3	1.363	0.655
0.2	1.225	0.5
0.1	1.106	0.333
0	1	0



طبيعة البحث ورغبة الباحث وطبيعة العينة تقود الاختيار الى أي
الصفوف المتقلصة نختار فإذا كان الباحث يهدف الى خطوة مقيدة في
مجال عمله فيمكن اختيار صفا من المقدرات كالآتي:

$$CSE(3) = \left\{ \pi : \pi = \pi(x, \lambda) , \lambda = \frac{n}{100}, 90 \leq n \leq 100, n \in I^+ \right\}$$



الشكل (4) : مقدرات $CSE(3)$ ذات خطوة مقيدة. فالمشاهدة
الواحدة التي هي موضوع بحثنا مضافا اليها هدف الباحث تسهل اختيار
مقدر التقصص الذي نبحت عنه.

PROPOSED SHRINKAGE FUNCTION FOR A SINGLE OBSERVATION IN $N(\theta,1)$ PROBLEM

AMER FADHEL NASSAR

ABSTRACT:

In this search, Shrinkage Function has been suggested for a Single Observation in $N(\theta,1)$ problem. We proved that there is a relationship between Shrinkage Estimator and Normal Bayes Estimator. properties of Proposed Estimator, optimal case, properties of CSE(1), optimal points, two theorems have been put into focus.