P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703
2009 ,(3), (1) :00-00

مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة (JUAPS)

Open Access

الحل العددي لمستويات طاقة المتذبذب التوافقي ومعدلات البارامترات المضطربه (λ, (g, μ, α, I ,N ,M

عبد العظيم زعيلي حميد

جامعة الانبار – كلية الحاسوب

معلومات البحث:

تاريخ التسليم: ٢٠٠٨/١٢/٥
تاريخ القبول: ٢٠٠٩/٥/١٩
تاريخ النشر: ١٤ / ٦ / ٢٠١٢
DOI: 10.37652/juaps.2009.15491

الكلمات المفتاحية:

حل عددي،
مستويات طاقة المتذبذب التوافقي ،
معدلات البارامترات المضطربه (λ, g,
.(μ, α, I ,N ,M

الخلاصة:

ان دراسة مستويات الطاقه للمتذبذب الوافقي ببعد واحدتم حسابها عن طريق ايجاد القيم الذاتيه والطاقه الذاتيه لمعادلة شرودينكر $\left[-\beta\frac{d^2}{dx^2}+V_L(x;\lambda,g,\alpha)-E\right]\varphi(x)=0$ للطاقه $V1(x, N,\lambda,g)=x^2+\lambda x^{2N}/(1+gx^2)$ و $V2\pm(x,\mu,I,N,M,g,\alpha)=\mu x^{2I}\mp gx^{2n}/(1+g\alpha x^{2M})$ باستخدام تقنية الفروقات المحددة ، وقورنت النتائج مع تلك المحسوبه بواسطة تقنيات اخرى لبعض القيم g ,α فان تقنية الفروقات المحددة تحصل على نتائج ذات دقة افضل. كما قمنا بدراسة بعض المجاميع البارامتريه المضطربه **(λ, g, α)** وشرحنا حالة n والملحقات المختلفه للاضطراب **(I ,N ,M)**.

المقدمة :

ان نظرية الاضطراب هي واحدة من النظريات الرئيسه للحلول التقريبيه لمسائل القيم الذاتيه في الفيزياء النظريه . ولسوء الحظ فان الكثير من الاضطرابات الزائديسه معروفه مثل تلك التي نتعامل معها في(١٠و ٢٠) والتي تعطي فقط قيم محدده لـ λ , g and α وهكذا فان غالبا ما تكون من الضروري ان نطور التقنيات غير محدده لحساب لحساب القيم الذاتيه .

استخدمت تقنية الفروقات المحدده من قبل العالمFack[4,5]. ان الحصول على دقه عاليه في التقنيه يتضمن التعامل مع المصفوفات مع استخدام شروط اعلى في مشغل الطاقه الحركيه .

ولذلك فان التقنيه يمكن ان تعدل وتوسع لتتعامل مع شروط اعلى في مؤثر الطاقه الحركيه من اجل الحصول على دقه اكبر.

طبقا لذلك فاننا نستخدم تقنية الفروقات المحددة لحساب قيم الطاقة الذاتيه .ولا يتطلب منا شي في هذا العمل سوى ان نستخدم نظرية الفروقات المحدده سويه مع المصفوفات القطريه من اجل الحسابات العدديه وكذلك تحويل معادلة شرودينكر الى مساله قيمه ذاتيه جبريه.

* Corresponding author at: Anbar University - College of Computer, Iraq;

ان حساباتنا هي موضوع لكثيرمن التعديلات بسبب استخدام التوسعات ذات الشرط العالي $D^2\Psi(x)$ من اجل رفع دقة حساباتنا .

استخدمنا التطورات في الطرق الغير محددة لحساب قيم الطاقة الذاتيه . ان مثل هذه الطرق ضرورية ما دامت طرق الاضطراب تعطي معلومات غير كافيه عن الدقه وتعطي صعوبات متقاربه كثيره .

حديثا عدلت وطورت تقنيات الفروقات المحددة لتتعامل مع انواع مختلفه من مسائل القيم الذاتيه وتعطي حسابات ذات دقه عاليه[٥و٨و٩و ١٩]

في الوقت الحاضر هنالك قدر كبير من المتعه في الدراسه التحليليه والعدديه للمتذبذب التوافقي ذات الاتجاه الواحد الموصوفه بالطاقه الكامنه .

$$(V_1(X,N,\lambda,g))=x^2+\frac{\lambda x^{2N}}{1+gx^2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$V_{2^\pm}(x;\mu,I,N,M,g,\alpha)=\mu x^{2I}\pm\frac{gx^{2N}}{1+g\alpha x^{2M}}\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

ولذلك فان من المستحيل عمليا ان نقدم قائمة كامله تقريبا من المصادر في الطاقات الكامنه $V_1(x;\ N,\lambda,g)$ و $V_2^{\pm}(x;\mu,I,N,M,g,\alpha)$ ولذلك سوف نقتبس فقط المصادر التي تتعامل مع التقييم العددي الدقيق للقيم الذاتيه للطاقه وكذلك مع التقنيات المختلفه .

كما نخص Mitra[14] فان هذه الطاقه الكامنه تتعلق بنماذج معينه من النظريه الليزريه وكذلك بنظرية المجال ذات البعد الصفري مع معادلة لاكرانج الغير خطيه (١) .

$$L=\frac{1}{2}\left[\left(\ x^2-K_\circ x^2\ \right)/\left(1-\lambda x^2\right)\right]$$

لقد وظف تنوع التقنيات للتحري عن مثل مسائل القيم الذاتيه هذه. ان اغلب الحسابات كرست للطاقة الكامنه $V_1(x; N,\lambda,g)$ في حالة 2N =2 والتي لاجلها قدمت الحلول للتحليلات العدديه لمعادلة شرودينكر. ان نظرية Ritz مع خوارزمية Givens - Householder المستخدمه من قبل Mitra[14] لتحديد الحالة الارضيه هما اول حالتين مثيرتين للاهتمام .

[12] Kaushal عرض التوسعات المتقاربه للطاقات الذاتيه والدوال الذاتيه للطاقة الكامنه $V_1(x; N,\lambda,g)$ من خلال توسيع العامل $1/(1+gx^2)$ كسلسله من القوة في gx^2 ويكون هذا صحيح بالنسبه للقيم الصغيره من g .

[20] Witwit and Killingbeck استخدما نظرية الاضطراب hypervirial وتقريبات Pade للصنف المحدد الذي يملك g صغيره و λ كبيره . الطاقة الكامنه تتوسع تحت شرط $gx2 < 1$. لقد حصلو على دقه جيده للحاله الارضيه والحالات الثلاثه الاولى المفضله لـ λ و gومع $(0.1\leq \lambda\leq 106)$ و $(0.1\leq g \leq 50)$.

Fack و Berghe Vanded استخدما التكامل العددي لمعادلة شرودينكر باستخدام الفروقات المحددة لـ $D2\Psi(x)$

اخيرا 11 Hodgson استخدم اجراء تحليلي مستمر مستخدما سلسلة تايلر Taylarلايجاد قيم ذاتيه دقيقه جدا .

كذلك تم تقديم حلول مضبوطه للطاقة الكامنه $V1(x; N,\lambda,g)$ من قبل [٦] Flessas و Lai و [١٣] Lin . هذه الحلول تم الحصول عليها تحت شروط محددة $g>0$, $\lambda<0$ و $\lambda = (g)\ \lambda$ و $E = E(g)$.
الطاقة الكامنه $V_2^{\pm}(x; \mu, I ,N ,M, g, (\alpha)$ لم تدرس بتوسع اذا الحالة $2M = 2$, $2N = 4$, $2I = 2$, $\mu= 1/2$ وهناك عدد قليل من المصادر التي تتعامل مع هذا النوع من الطاقة الكامنه .

مثلا [2] Auberson ان الاضطراب الزائدي للقيم الذاتيه E مع شرط g , وثابت $V_2^{\pm}(x; \mu, I ,N ,M, g, \alpha)$. وبالنسبه لصحة هذه النتيجة فان من الضروري ان يكون الطاقة الكامنه $V_2^{\pm}(x; \mu, I ,N ,M, g,$ $\alpha)$ موجبه لكل القيم الفيزيائيه لـ g و α عندما يكون المعدل الفيزيائي لـ(g, α) كالاتي

$V_2^{-}(x; \mu, I ,N$ لـ و $\alpha > 0, g \geq 0, V_2^{+}(x; \mu, I ,N ,M, g, \alpha)$
$V_2^{-}(x; \mu, I ,N ,M, g, \alpha)$ في ترتيب $)\alpha>2, g \geq 0, ,M, g, \alpha)$
$(\rightarrow \infty,x^2$.

[3] Auberson و Boissiere حسبا مستوى الطاقه للحاله الارضيه لمعدل كبير من قيم g , α باستخدام بضعة طرق .

Flessas[7] بحث في نفس الطاقة الكامنه مبينا ان نتائجها هي مجموعه من نفس القيم الذاتيه والدوال الذاتيه عندما ثبتت بعض العلاقات الجبريه بين g , α مع كل من g , α الموجبه .

[20] Witwit and Killingbeck طبقا نظريات Hellmann – Feynman لحساب مستويات الطاقه لبعض القيم المحددة لـ g , α
[10] Handy طبق طريقة زخم القيم الذاتيه لحساب قيم مستويات الطاقه لقيم متنوعه من α , gوعلى اية حال يجب ان ندرس الحالات الاخرى بتوسع .

طبقا لهذا فاننا نحسب وندرج مستويات الطاقة الكامنه المعقوله (١) و (٢) بالنسبه لمعدلات واسعه من البارميترات المضطربه بينما الاعمال السابقة محددة بقيم صغيره من (λ , g , α) ورقم حالة n . نحن نقارن بين بعض نتائجنا وبين تلك الحسابات العدديه (10,3,12,3) والحلول الصحيحه (17) .

في هذا البحث تم اشتقاق شكليه تقنيه الفروقات المحدد مع الطريقه المستخدمه للتعامل مع الحساباتقشة وتمت مناقشة النتائج .

طرق الاشتقاق

في هذا البحث نحسب القيم الذاتيه لمعادلة شرودينكر مع الطاقة الكامنه

$$\left[-\beta\frac{d^2}{dx^2}+V_L(x;\lambda,g,\alpha)-E\right]\varphi(x)=0 ....(3)$$

$V_L=1(x; N, \lambda, g, \beta =1)$ و $x; \mu, I ,N ,M, g, \alpha, \beta =1/2)$
$V_L\pm =2($ فان قيم β قد اختيرت لتسهيل المقارنه مع الاعمال السابقه.

ان النظريه التي تستخدم طريقة الفروقات المحددة مدخلا لها لايجاد القيم الذاتيه لمعادلة شرودينكر المقدمه من قبل المعادلة(3) عادة ما تبدا من عامل الاختلاف المركزي δ (19) الذي يمكن التعبير عنه بالاتي

$$\delta = e^{hD} - e^{-hD} = 2Sinh(hD/2)........(4)$$

من معادلة (4) نحصل

$$h^2D^2 = 4\left[Sinh^{-1}\left[\frac{\delta}{2}\right]\right]^2 ....(5)$$

عندما

$$Sinh^{-1}\left[\frac{\delta}{2}\right]=\left[\frac{\delta}{2}\right]\left(\begin{array}{l}1-\frac{1}{6}\left[\frac{\delta}{2}\right]^2+\frac{3}{40}\left[\frac{\delta}{2}\right]^4+\\ \frac{5}{112}\left[\frac{\delta}{2}\right]^6+\frac{35}{1152}\left[\frac{\delta}{2}\right]^8+.....\end{array}\right).....(6)$$

من معادلة (٥)

$$h^2D^2=\delta^2-\frac{\delta^4}{12}+\frac{\delta^6}{90}-\frac{\delta^8}{560}+\frac{\delta^{10}}{3150}-\frac{407\delta^{12}}{24772608}+\frac{493\delta^{14}}{308281344}-\frac{25\delta^{16}}{150994944}+\frac{1225\delta^{18}}{86973087744}+\ldots.......................(7)$$

عندما h ثابت على طول الخطوه . و m ترتيب عامل الاختلاف المركزي δ^m في الدالة $\varphi(x)$ فان

$$\delta^m\varphi(x)=\delta^{m-1}\varphi(x+\frac{1}{2}h)-\delta^{m-1}\varphi(x-\frac{1}{2}h)......(8)$$ (8)

عندما m أي عدد صحيح على الرغم من ان حلول لـ (٣) قد عرفت بسهولة في (∞+ , ∞-) الا انه يجب ان نلاحظ ان هذه الحلول ام ان تكون تكافىء زوجي او فردي أي $\varphi(x)=\pm\varphi(-x)$ لذلك فان تحديد $\varphi(x)$ يمكن ان يثبت ضمن نطاق (∞+ , 0) اضافه الى ذلك فانه يمكن ان نفترض ان دوال الموجه وضعت لتتماشى مع شروط حدود Dirichlet $\varphi(x)=0$ عند بعض قيم x و R . سوف نخمن عدديا بعض القيم المقبوله لـ R .يمكن ان نقسم الفتره [0 , R] بشكل قانوني الى اجزاء متساويه الطول h مع x = kh, (k=0,1,2,……n-1, n; nh = R). من الملاحظ انه نستطيع وبسهوله ان نستنتج خطا الناتج τ من استبدال $D^2\varphi(x)$ اربع شروط للمعادلة (7)

$$h^2D^2\varphi(x)=\left[\delta^2-\frac{\delta^4}{12}+\frac{\delta^6}{90}-\frac{\delta^8}{560}\right]\varphi(x),\tau=\frac{1}{3150}h^8D^{10}\varphi(\xi),\xi\in[0,R].....(9)$$

من الواضح من خلال المعادلـه(9) ان دقة حلولنا تتزايد بقوة بواسطة العامل h2 من خلال اضافة شرط اخر في التقريب لـ D2 . ان الدقة تقوى بقطع المعادله (٩) بعد شرط الرابع مع اعطاء دقه عامه متكونه من ١٢ عنصر مهم . ان الدالة الذاتية للمتذبذب التوافقي تعرف بـ

$$\varphi_n(x)=\left[2^n n!\sqrt{\pi}\right]^{-1/2}e^{-x^2/2}H_n(x).........(10)$$ عندما

$H_n(x)$ المؤثر الهرميتي المحدد

اذا بدلنا $h^2D^2\varphi(x)$ من المعادله (٩)واستخدمنا المعادله (٨) فان معادلة شرودينكر ستتحول الى مسالة القيم الذاتية الجبريه بالصيغه الرياضيه الاتيه:

$$\left[C_{m,n}-GI\right]\varphi(nh)=0............(11)$$

عندما يكون G نسبيا لـE ولديه القيمه G=-5040Eh2 و I وحدة المصفوفه . نعطي هنا بعض قيم المعاملات

– النتائج والمناقشه

استخدمنا تقنية الفروقات المحددة في حساب القيم الذاتيه للطاقه لمعادلة شرودينكر [١٨] مع الطاقة الكامنة V1(x;N,λ,g) و V2±(x;μ,I,N,M,g,α) لمستويات الطاقه و معدل القيم لـλ,g و α و I,N و M.

في الجدول (١) يوضح النتائج الاربعه الاولى المتساوية للطاقه الكامنه معادلـه (١) مع قيم البارامتريه 103 ≥ λ ≥0.1 وملحق لقيم الاضطراب(12…. ,4 , 2N = 2) . وفي الجدول (٢) يوضح الحالة 2N = 2 نقارن بين نتائجنا ونتائج الاخرين [11 , 4] .كما ويمكن ان نرى من الجدول (٢) بان نتائجنا تشير الى ان الحسابات المنفذه من قبل Fack و Vanden Berghe [5] و Hodgosn[11] المحسوبه جيدا مع النتائج الاخرى . في جدول رقم (٣) قارنا بين حسابات لـ V2±(x;μ,I,N,M,g,α) للحالة μ= 1/2 , 2I = 2 , 2N = 4, 2M = 2)مع تلك المحسوبه بواسطة تقنيات اخرى [3 , 10] لبعض قيم g و α فان تقنية الفروقات المحددة وبصوره عامه نحصل على دقه افضل في النتائج .

ولتدقيق اكثر فاننا تحرينا كذلك عن الحل التام (الصحيح) لمعادلة شرودينكر مع الطاقة الكامنة .

$$V_{2^\pm}(X;\mu=\frac{1}{2},I=1,N=2,M=1,g,\alpha)=\frac{1}{2}x^2\pm\frac{gx^4}{1+g\alpha x^2}..(12)$$

باستخدام. Flessas[7] . طاقة الحالة الارضيه هي

$$E=5\alpha^{-1}\sqrt{\alpha^2\omega^2+\alpha}-g^{-1}\alpha^{-2}.............(13)$$ عندما

$$g=(2\alpha^2)^{-1}\left[\begin{matrix}(2\alpha(2\alpha\omega^2+3))^{1/2}-\\2(\alpha(\alpha\omega^2+1))^{1/2}\end{matrix}\right]........(14)$$ ان حـــــل

معادلة (١٤) لـ α و ω= 1 لقيم مختلفة من 200 ≥ g ≥0.01)gيعطي قيم معتمدة لـ αفي معدل α ≥ (4.71504386707 ≥0.01077717710) فمثلا 0.5= g فانه يعطي α = 0.521505307511 وكذلك يعطي طاقه ملائمه =E+ 1.186571396353 . ان طريقة الفروقات المحددة لنفس البارامينرات تعطي E* = 1.186571396353 .

في الحسابات العدديه نهتم بان نسمح للعامل ان تكون له علاقه ثنائيه بكل من Hamiltonian و Flessas[7] . في جدول رقم (٤) قورنت نتائج الحالة V^+ مع النتائج الصحيحة التامة لـ Flessas[7] . من الواضح من خلال النتائج المدرجه ان هناك توافق ممتاز بين نتائجنا ونتائج Flessas . بالنسبه للقيم العليا لـ g فقد وجد ان التوافق ينخفض الى تسعة ارقام فقط.

في الجدول رقم (٥) درجت النتائج للمستويات الثمانيه الاولى للطاقة الكامنه (١٢) مع قيم البارامترات الاضطراب $0.01 \le g \le 10^3$, $0.1 \le \alpha \le 10^3$.،

في جدول رقم (٦) وضحنا النتائج لمستويات الطاقه الكامنه معادله(٢) لقيم البارامترات الاضطراب (α , g , μ ,I , N , M) .

ان القيم التي تم الحصول بالخطوة الطويلة $0.02 \le h \le 0.04$ والقيمه الكبيره الكافية لـ R وان (R =10) لديها دقه عاليه [٢].

في هذ العمل الحالي ندعم تحليلاتنا العدديه قدر الامكان ، وفي هذا الصدد ذهبنا ابعد مما ذهب اليه الباحثون الاخرون في تحليلاتهم . لقد درسنا هنا بعض المجاميع من البارامترات المضطربه (α , g, λ) وشرحنا حالة الرقم n والملحقات المختلفة للاضطراب (I,N, M)

المصادر

[1] P.M. Mathews and Lats shmanan Dep. Of Theoretical Phy. Uni. Of Madrus Jurnal Arricle.

[2] G. Auberson, Bore! summability for a nonpolynomial potential, *Commun. Math. Phys.* 84 (1982) 531

[3] G. Auberson and T. Boissiere, The energy levels of a nonpolynomial oscillator: an analytical and numercal study, *Nuovo Cimento B* 75 (1983) 105-133.

[4] V. Fack, G. Vanden Berghe and H.E. De Meyer, Some finite difference methods for computing eigenvalues and eigenvectors of special two-point boundary value problems, *J. Comput. Appl. Math.* 20 (1987) 211-217.

[5] V. Fack and G. Van den Berghe, A finite difference approach for the calculation of perturbed oscillator energies, *J. Phys. A: Math. Gen.* 18 (1985) 3355-3363. .

[6] G.P. Flessas, On the Schrodinger equation for the interaction *X2 + AX2/(1 + gx2), Phys. Left. A* 83 (1981) 121-122.

[7] G.P. Flessas, On a field-theoretic non-polynomial interaction, *Phys. Lett. A,* 100 (1984) 383-386.

[8] F.Y. Hajj, Eigenvalues of the two-dimensional Schrodinger equation, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* 15 (1982) 683-692.

[9] F.Y. Hajj, Solution of the Schrodinger equation in two and three dimensions, *J. Phys. B: At Mol. Phys.* 18 (1985)1-11.

[10] CR. Handy, H. Hayest, D.V. Stephens, J. Joshua and S. Summerous, Application of the eigenvalue moment method to important one-dimension quantum systems, *J. Phys. A: Math. Gen.* 26 (1993) 2635

[11] R.J.W. Hodgson, High-precision calculation of the eigenvalues for the X2 + *h2/(1 + gx2)* potential, *J. PhY!i. A: Math.Gen.* 21 (1988) 1563-1570.

[12] R. Kaushal, Small *g* and large *A* solution of the Schrodinger equation for the interaction *Ax2/(1 + gx2), J. Phys. A: Math. Gen.* 12 (1979) L253-L258.

[13] CS. Lai and H.E. Lin, On the Schrodinger equation for the interaction x2 + *h2/(1 + gx2), J. PQy&A: Math. Gen.*15 (1982) 1495-1502.

[14] A. Mitra, On the interaction of the type *h2/1 + gx2, J. Math. Phys.* 19 (1978) 2018-2022.

[15] NAG Fortan User Manual, Mark 8 (Numerical Algorithms Group, Oxford, 1981).

[16] CD. Papageorgious, A.D. Raptis and T.E. Simos, An Algorithm for the solution of the eigenvalue Schrodinger equation, *J. Comput. Phys.* 88 (1990) 477-483.

[17] CD. Papageorgious, A.D. Raptis and T.E. Simos, A method for computing phase shifts for scattering, *J. Comput.Appl. Math.* 29 (1990) 61-67.

[18] T.E. Simos and A.D. Raptis, Numerov-type methods with minimal phase-lag for the numerical integration of the one-dimensional Schrodinger equation, *Computing* 45 (1990) 175-181.

[19] M.R.M. Witwit, Finite difference calculations ofeigenvalues for various potentials, J. Phys. A: Math. Gen. 25 (1992) 503-512.

[20] M.R.M. Witwit and J.P. Killingbeck, Energy levels of the Schrodinger equation for some rational potentials using the hypervirial method, Can. J. Phys. 70 (1992) 1261-1266.

[21]H. Jones and B. Schiff, Proc. Soc (London) A 67 (1995) .

جدول (١)

القيم الذاتيه لـ $H = p^2 + x^2 + \lambda x^{2N}/(1+gx^2)$ الاربعة الاولى لمستويات الطاقة

2N	2	4	6	8	10	2N	2
λ= 0.1, g = 0.1	1.043 173 713 044 5.181094785884 9.272 816 970 035 13.339390726973	1.055297707257 5.574522322948 10.456102206292 15.527085931694	1.094 134891 239 6.400322742 109 13.438095 185462 21.798 915 062 902	1.151514504374 7.393294498903 16.941331851282 29.198386385942	1.215878634348 8.343517967069 20.170797539421 36.026256433 816	λ = 1000, g = 1000	1.945 115962246 5.973871294466 9.980844496690 13.984309011922
λ = 10, g= 10	1.580022327 391 5.832767532465 9.882298728779 13.905251 334974	1.359774662157 6.990545314996 12.641626177 581 18.295827777 899	1.366850746128 8.546584784823 17.890113 503 822 28.617080307 170	1.417528 105627 9.849002405294 22.688954068384 38.726642405555	1.476109774767 10.877 002 260 298 26.495085595570 47.001366822781	λ = 100, g = 1	9.359418026324 41.441099751484 64.187440995096 79.911771037615
λ = 100, g= 100	1.836335833448 5.928328571544 9.949 160962 809 13.959285222368	1.406065452883 7.061901755091 12.718510053100 18.375244956667	1.389372 026300 8.643580194793 18.040135250589 28.812809980223	1.433638679938 9.954237354521 22.887204444799 39.018341106677	1.489420 177 825 10.981472033116 26.717641645910 47.352859541727	λ = 0.1, g = 100	1.000841102403 5.000927544679 9.000948590765 13.000958871383

4	6	8	10
1.413 277 479 827 7.070098533826 12.726944524023 18.383794622647	1.392046738681 8.653895433124 18.055807419917 28.833077 682 717	1.435423858640 9.965376749087 22.907873768005 39.048539250890	47.389313237020 26.740857548661 10.992504406862 1.490858685346
4.551943690436 30.032354991385 61.606494425908 95.540315090111	3.379530522796 25.553317 440 935 58.942539708 101 99.359790269248	2.916439495691 23.352777 555 213 57.343691 294529 101.091557364302	102.113154388781 56.331 803 557092 22.122616368764 2.687699701924
1.000491464345 5.002490100021 9.004489389761 13.006488787180	1.000743784230 5.009687062013 9.030504963328 13.06309929638	1.001841471859 5.044707772 528 9.218311541801 13.592656194818	15.834302784052 10.044315726459 5.190668 793 727 1.005840947517

جدول (٢)

مقارنة القيم الذاتيه التي تم الحصول عليها باستخدام ثلاث طرق مختلفه لـ $H = p^2 + x^2 + \lambda x^{2N}/(1+gx^2)$ الاول النتائج الرئيسيه الثانية Fack andVanden Berghe(5) الثالثة Hodgson(11)

n x	λ = 0.1, g = 0.1	λ = 10, g = 10
0	1.043173713 044 1.04317371 1.04317371304444	1.580022327391 1.58002233 1.580022327391499
2	5.181094785884 5.18109478 5.181094785884700	5.832767532465 5.83276752 5.832767532465361
4	9.272 816 970 035 9.27281691 9.272 816 970 035252	9.882298728779 9.88229866 9.882298728779887
n x	**λ = 0.1 , g = 100**	**λ = 100, g = 100**
0	1.000841102403 1.00084110 1.000841 102403452	1.836335833448 1.83633444 1.836335833448218
2	5.000927544679 5.000927 54 5.000927544679517	15.928328571544 5.92832790 5.928328571544726
4	9.000948590765 9.00094853 9.000948590765685	9.949160962809 9.94916038 9.949160962809596

جدول (٣)

مقارنه لبعض النتائج الرئيسئه مع الحسابات بطرق اخرى لطاقة الكامنه معادله (١٢) للحالة الارضيه

Handy et al.	[10]	0.78497107812	1.2298757150	1.5091769	0.7293	0.784	0.656869	0.49261046	0.43458328
Finite	difference	0.78497107812	1.12298757149	1.509 18502002	0.731 55890918	0.78483712378	0.656880033 26	0.49261048842	0.43458329637
±		+	+	+	+	+	+	-	
α		0.1	0.1	0.1	1	1	2	2	2
g		1	5	20	2	5	2	0.01	0.1
Auberson	[3]	0.55823373	0.687882	0.50723946	0.50595749	0.54688	0.492610 489	0.4412762	0.4962560
Finite	difference	0.55823373059	0.68788219083	0.50723945969	0.50595750809	0.54688803330	0.492610 48842	0.44127620832	0.49625602561
±		+	+	+	+	+	-	-	-
α		0.1	0.1	0.1	10	10	2	2.5	50
g		0.1	0.5	0.01	0.01	10	0.01	0.1	0.01

0.303	0.492788 13286	0.4462748	0.34403	0.4037167
0.30294646088	0.492788 13286	0.44627585254	0.344028222 18	0.40371674758
		-		-
1	0.01	0.1	2.5	2.5
2.5	3	3	0.5	0.2
0.4488	0.4480	0.4533	0.474560	0.48992
0.448 803 265 38	0.448 062 446 91	0.45331299507	0.47456336446	0.489916877 07
-	-	-	-	-
10	10	10	20	50
5	10	1	10	20

جدول (٤)
مقارنة بعض القيم الرئيسيه مع الحسابات المضبوطه للحالة الارضيه للطاقه الكامنه (١٢) في الحاله الموجبه

Finite	difference	1.00664739 765	1.05264333 354	1.110747751 99	1.15838499 778
Exact [9]		1.00664739 765	1.05264333 354	1.110747751 99	1.15838499 778
α		4.71504386 707	1.34200091 700	0.789532466 82	0.59674097 805
g		0.01	0.10	0.25	0.40

6.561552 60089	5.686989 01285	4.812597 53827	3.93799 512957	3.06364 042355	2.18895 284772	1.314679 078 42	0.439612 32662	9 = 4.5, ex = 8.5	7.19999 970299	6.24001 3 692 02	5.28003 248618
7.492496 19387	6.493496 74778	5.494497 23201	4.49549 774874	3.49649 824617	2.49749 874974	1.498499 25003	0.499499 75074	9 = 1000, ex = 1000	7.11537 273292	6.16668 3 770 50	5.21800 618642
7.348477 03457	6.368681 24937	5.388885 37110	4.40908 943766	3.42929 362315	2.44949 760844	1.469701 83890	0.489905 67401	9 = 50, ex = 50	6.71751 0 18114	5.82285 660287	4.92857 559851
7.115174 48612	6.166 490 669 40	5.217808 003 57	4.26912 390426	3.32044 144643	2.37175 696901	1.423074 85674	0.474389 011 71	9 = 50, ex = 20	6.70919 12780	5.81473 733503	4.92033 623463
7.348489 00569	6.368693 01957	5.388897 34168	4.40910 115665	3.42930 559307	2.44950 922457	1.469713 80790	0.489916 877 07	9 = 20, ex = 2	6.71015 928627	5.81567 454179	4.92130 213742

3.45924555 768	2.15685834 815	1.802726 30281	1.30243680 491	1.2486712 9459	1.18657139 635
3.45924555 706	2.15685834 808	1.802726 30276	1.30243680 488	1.248671 29459	1.18657139 635
0.027038 71278	0.07801749 7 33	0.122469 64584	0.34067130 561	0.4070417 2211	0.52150530 751
50	10	5	1	0.75	0.50

4.320045 64365	3.360065 18713	2.400076 85396	1.4400978 45 79	0.480 103 598 82	g = 12.5, α = 25.5
4.269315 34108	3.320639 54831	2.371945 03057	1.423272 843 11	0.474563 36446	g = 10, α = 20
4.033770 69542	3.139604 18953	2.244415 18126	1.3505487 1910	0.453312 99507	g = 1, α = 10
4.025873 16601	3.131481 10872	2.236998 78601	1.3426256 0096	0.448062 44691	g = 10, α = 10
4.026793 85493	3.132444 00274	2.237884 97186	1.343 583 908 23	0.448803 265 38	g = 5, α = 10

جدول (٥) القيم الذاتيه لـ $H = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}x^2 \mp gx^4/(1+g\alpha x^2)$ لمستوى طاقة الثمانيه الاولى

P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703 (*JUAPS*) مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة Open Access
2009 ,(3), (1) :95-102

The Numerical Solution for Energy Levels for Harmonic Oscillator and Perturbation Parameters (λ, g, μ, α, I ,N ,M

Abdul-Adeem Z. Hameed

Abstract :

The study of energy levels for Harmonic Oscillator a one-dimensional are calculated by eigenvalues and eigenenergy for Schrodinger equation $\left[-\beta\frac{d^2}{dx^2}+V_L(x;\lambda,g,\alpha)-E\right]\varphi(x)=0$ for rational potentials $\mathrm{V1}(\mathrm{x},\ \mathrm{N},\lambda,g)=x^2+\lambda x^{2N}/(1+gx^2)$ and $\mathrm{V2}\pm(\mathrm{x},\mu,\mathrm{I},\mathrm{N},\mathrm{M},\mathrm{g},\alpha)=\mu x^{2I}\mp gx^{2n}/(1+g\alpha x^{2M})$,using finit difference . we compare our calculations with those calculated by other techniques for some values of g, α , the finit difference technique in general yields better accuracy in results. We study several sets of perturbation parameters (λ, g, α), state numbers *n* and different indices of the perturbation (I ,N ,M) .