



## دراسة البلمرة المشتركة لأحد مونومرات ال N-أكريلويل امايد المحضرة مع البيوتاييل أكريليت وحساب نسبة الفعالية

طارق عبد الجليل منديل العاني

جامعة الانبار - كلية العلوم - قسم الكيمياء

### الخلاصة:

تحتل مونومرات الاكريل امايد المعوضة في الموقع (-N-) أهمية اقتصادية كبيرة ولأجل تحسين خواصها التطبيقية توسعت الدراسات بأجراء بلمرة مشتركة لها مع مونومرات أخرى copolymerization في هذه الدراسة تم إجراء بلمرة مشتركة بين N-أيزوبيوتاييل أكريلويل (IBA) المحضر انيا مع البيوتاييل أكريليت وبنسب مولية مختلفة تراوحت من (0.2 m1 / 0.8 m2 → 0.8 m1 / 0.2 m2) وهي نسب مولية. حيث ان m1 تمثل (IBA) ويمثل m2 (BA) وأجريت البلمرة بطريقة الجذور الحرة Free Radical باستخدام [AIBN] كبادئ بلمرة بدرجة حرارة 70°C وتم حساب r1 و r2 (Reactivity Ratios) للمونومرات الداخلة في التفاعل ضمن نظام [IBA-co-BA] باستخدام ثلاث طرق هي: طريقة (مايو-لويس، طريقة (فينمان وروز) وطريقة (كيلين - تودس). لحساب نسب الفعالية وكانت قيمة نسب الفعالية المقاسة كما يلي: r1 = 0.084 و r2 = 2.022 وهذا يعني ان فعالية البيوتاييل اكريليت [BA] m2 أكثر من فعالية m1 [IBA] وهذا يجعل البوليمر المشترك يتكون بصورة رئيسية من البيوتاييل أكريليت [BA] وان ترتيب المونومرات يكون بشكل عشوائي وذلك لان حاصل ضرب r1r2 = 0.169 أقل من واحد صحيح وان أحد المونومرات أكثر فعالية من الاخر مما يجعل سلوك البلمرة باتجاه السلوك العشوائي.

### معلومات البحث:

تاريخ التسليم: 2006/12/25

تاريخ القبول: 2007/3/1

تاريخ النشر: 2007 / 06 / 14

DOI: 10.37652/juaps.2007.15495

### الكلمات المفتاحية:

البلمرة المشتركة ،

مونومر ،

N-أكريلويل امايد ،

بيوتاييل أكريليت ،

نسبة الفعالية.

### المقدمة

تستخدم بوليمرات الاكريل امايد المعوضة في تطبيقات واسعة

هذه البلمرة لأول مرة عام 1911 من قبل باير [2] وكوند اكوف عام

1912 ودرست البلمرة بصورة تفصيلية عام (1930) حيث إقترح

ستاودنكر Staudinger عند دراسة البلمرة المشتركة لكلوريد الفايثيل

Vinylchloried مع خلات الفايثيل vinyl acetate ان التجانس

الناتج يمكن زيادته [3] بواسطة اضافة المونيمر الأكثر فعالية.

تستخدم البلمرة المشتركة اساسا في معالجة العيوب

وتحسين الخواص للبوليمرات المتجانسة لاعطاء صفات جديدة للناتج [4]

[ وضع Dostal عام 1939 ونورش [5] ميكانيكية بلمرة الستايرين مع

مثل الحقل الطبي والصناعي والمنزلي ولزيادة مجال استعمالها جرت

عمليات تحسين لها بأجراء بلمرة مشتركة لمونومراتها مع مونومرات

أخرى بطريقة البلمرة المشتركة (وهي البلمرة التي يشترك فيها مونومران

أو أكثر). والسلسلة البوليمرية التي تحتوي على مونومرين أو أكثر [1]

من الوحدات المتكررة تدعى بالبوليمر المشترك copolymer وعرفت

\* Corresponding author at: Anbar University - College of Science - Department of Chemistry, Iraq;

E-mail address: [tarik\\_jm@yahoo.com](mailto:tarik_jm@yahoo.com)

المركز الذي يضيف مونومر من النوع الآخر ويرمز لها  $r_1, r_2$  ويعتمد

تركيب البوليمر المشترك أساسا على قيم  $r_1, r_2$ . [11], [12]

إذا كان  $r_1 > 1$  فان  $m_1$  (جذر) يفضل الإضافة إلى المونومر  $m_1$  أما

إذا كان  $r_1 < 1$  فان  $m_1$  يفضل الإضافة إلى المونومر  $m_2$  وعليه توجد

خمسة أنواع من البوليمر المشترك هي

1.  $r_1 r_2 = 1$  [Random copolymers ]
2.  $r_1 = r_2 = 1$  [ Alternating copolymer]
3.  $r_1 < 1$  or  $r_2 > 1$  or  $r_2 < 1$  ,  $r_1 > 1$  [high Regular copolymer [ Regular copolymer]
4.  $r_1$  and  $r_2 < 1$  [Alternating copolymers]
5.  $r_1 = r_2 = 0$

توجد عدة طرق لايجاد نسبة الفعالية وفي هذه الدراسة تم استخدام ثلاث

طرق منها:

1- Mayo & lewis intersection [13]

2- Fineman & Ross Linearizatin [14]

3- Kelen & Tudos [15]

طرق العمل

١- من شركة Onselco الهولندية جهاز ال ( Butyl acrylaet ) وتم

غسله ثلاث مرات بمحلول % 10 من هيدروكسيد الصوديوم ثم إعيد

غسله بالماء المقطر . جفف بعدها باستخدام كلوريد الكالسيوم وتم

تقطيره تحت الضغط المخزل.

٢- N- ايزو بيوتاييل اكريلويل امايد حضر مختبريا من تفاعل مول

واحد من كلوريد الاكريلويل (المقطر) مع مولين من (ايزو بيوتاييل اكريل

المثل ميثا أكريليت واستطاع ويل Wall [6] ان يؤكد ان التركيب

الكيميائي للبوليمر المشترك يعتمد فقط على الفعالية النسبية للمونومرات

الداخله تجاه الجذور الحرة الموجودة في وسط التفاعل.

نشرت عدة دراسات حول البلمرة المشتركة بالجذور الحرة

ومنهما قام به [7] Lewis and mayo و Alfray و Price عام

[8] 1946 و Minsk عام [9] 1973 واخرون معه ومضى اكثر من

تسعين عاما نشرت خلالها عدة بحوث حول البلمرة المشتركة أشهرها [10]

واشتقت معادلة البلمرة المشتركة على افتراض الحالة المستقرة

$$\frac{d[m1]}{d[m1]} = \frac{d[m1]r1[m1] + [m2]}{d[m1]r2[m1] + [m2]}$$

[m1] = التركيز المولاري للمونومر الأول ،  $r_1$  = نسبة الفعالية

للمونومر الاول.

[m2] = التركيز المولاري للمونومر الثاني ،  $r_2$  = نسبة الفعالية

للمونومر الثاني.

$$r1 = \frac{K_{11}}{K_{12}}, r2 = \frac{K_{22}}{K_{21}}$$

ويمكن صياغة المعادلة بدلالة الكسر المولي

$$F_1 = \frac{(r_1 f_1^2 + f_1 f_2)}{(r_1 f_1^2 + 2 f_1 f_2 + r_2 f_2^2)}$$

$$f = \frac{[m1]}{[m1] + [m2]F} = \frac{d[m1]}{d[m1] + d[m2]}$$

نسبة الفعالية Reactivity Ratios

تعرف (بأنها النسبة بين ثابت معدل السرعة لتفاعل

المركز الفعال ليضيف مونومر من النوع نفسه إلى ثابت السرعة لنفس

وتركيبتها في البوليمر المشترك كما في الجدول رقم (1) تم حساب قيم

نسب الفعالية: وكما يلي:

Mol	Mol
0.2	0.8
0.3	0.7
0.4	0.6
0.6	0.4
0.7	0.3
0.8	0.2
ml	m2
أيزوبيوتائيل أكريلويل أميد	بيوتائيل أكريليت

طريقة مايو و لويس:

تعتمد الطريقة على العلاقة بين الكسور المولية للمونومرات

في مزيج التغذية وفي تركيب البوليمر المشترك وتحور معادلة البلمرة

المشتركة كما يلي:

$$r = \frac{[m_1]}{[m_2]} \left[ \frac{d[m_2]}{d[m_1]} (1 + r_1) \frac{[m_1]}{d[m_2]} - 1 \right]$$

$r_1$  ،  $r_2$  = نسب الفعالية الى (IBA) و (BA).

وهذه المعادلة تمثل علاقة خطية بين  $(r_1, r_2)$  بفرض قيمة

الى  $r_1$  ( 0.1, 0.05 ) لكل نسبة مولية في سلسلة البلمرة تحصل على

قيم  $r_2$  المقابلة برسم العلاقة بين  $r_2$  على المحور الصادي  $r_1$  على

المحور السيني كما في الشكل (1) نحصل على خطوط في دائرة

مركزها يمثل  $r_1=0.086$ ,  $r_2=1.96$  ( $r_1, r_2$ ) يوضح الجدول (2)

الكسر المولي للمونومر (الاول  $m_1$  ) والمونومر الثاني ( $m_2$ ) في مزيج

التغذية ومقلوب الكسر المولي للمونومر في تركيب البوليمر المشترك

طريقة فينمان و روز:

أمايد ( باستخدام الايثر كمذيب في وسط جاف بوجود الهيدروكوبونون ثم

قطر الناتج تحت الضغط المخفل.

٣- الباديء استخدم [AIBN] وجهاز من شركة Fluka. واستخدم بعد

اعادة بلورته بالميثانول.

البلمرة: اجريت عمليات البلمرة المشتركة بواسطة الجذور

الحره باستخدام المونومر الاول ايزوبيوتائيل اكريلويل مع المونومر الثاني

البيوتائيل أكريليت وبنسب تحويل واطئة من خلال تحضير سلسلة من

المحاليل بأوزان مجموعها 2.5 gm بتركيز I مولاري من المونومر

بوجود البانزين (الجاف ) كمذيب بحجم 4 ml ( 3.5 gm ) ويكون

الوزن الكلي للمزيج 0.2 m1/ 0.8 m2 \_ 0.2 m1/ 0.8 (6 gm)

m2 وبتركيز  $3 \times 10^{-3}$  من الباديء (AIBN)، وداخل أنابيب خاصة

لاجراء عمليات البلمرة وتم طرد الاوكسجين بادخال سيل من غاز

النايتروجين (النقي الجاف ) ولمدة (3 دقائق وبدرجة حرارة  $70^\circ\text{C}$ )

واستغرق زمن البلمرة من 4 الى 6 ساعة وبنسبة تحويل واطئة لاتتجاوز

6% تقريبا. (16). (17).

بعد تكون البوليمر المشترك رسب الناتج بالايثر البترولي

وجفف بعدها في فرن مخفل من الهواء [Vacume ove]. تم حساب

نسبة الفعالية بقياس كمية النايتروجين في البوليمر المشترك بطريقة

كلدال Kjeldahl لتحليل النايتروجين. ومن معرفة الكسور المولية

mole fractions للمونومرات في مزيج التغذية للمونومرات المتفاعلة

$$f = \frac{m_1}{m_2}, \quad F = \frac{dm_1}{dm_2}$$

وتكتب معادلة البلمرة المشتركة كما يلي

$$F = f \frac{1+r_1 f}{r_2 + f}$$

وحور كيلين وتودس المعادلة السابقة الى:

$$G = r_1 F - r_2$$

$$\frac{G}{F} = -r_2 \frac{1}{F} + r_1$$

وعدلت المعادلة إلى الشكل النهائي:

$$\dots\dots\dots (*) N = r_1 A - \frac{r_2}{\alpha} (I - A)$$

$$\alpha = \sqrt{\max^x \min^x}$$

$$A = \frac{F}{\alpha + F}, \quad N = \frac{G}{\alpha + F}, \quad \alpha > 0$$

$\alpha$  = ثابت اكبر من الصفر

تحسب  $r_1 r_2$  باستخدام المعادلة (\*) من تقاطع وانحدار الخط المستقيم

المرسوم بين  $N, A$ . الخط البياني المرسوم بين قيم  $N$  المحسوبة من

التجربة كدالة لقيم  $A$  يعطي خطا مستقيما مع المحور الصادي عندما

$A = 0$  ومقطع المحور الصادي عندما  $A = 1$  يمثل  $(\frac{-r_2}{\alpha})$

$r_1$  ويمثل الجدول (4) والشكل (3) نتائج طريقة كيلين - تودس .

النتائج والمناقشة:

من خلال القيم المحسوبة (لنسب الفعالية). للمونمر الاول

(IBA) أيزوبيوتاييل أكريلويل أمايد ( $r_1$ ) والمونومر الثاني (BA)

. البيوتاييل أكريليت ( $r_2$ ) .

يتم إيجاد نسبة الفعالية للمونومر الاول ( $r_1$ ) (IBA والثاني  $r_2$ )

(BA) بهذه الطريقة الخطية (طريقة الاستقامة) وباستخدام العلاقة

التالية:

$$\frac{F - 1}{f} = -r_2 \frac{F}{f^2}, \quad f = \frac{[m_1]}{[m_2]}$$

$$F = \frac{d[m_1]}{d[m_2]}$$

$f$  = نسبة الكسور المولية الى المونومر (BA,IBA) في مزيج التغذية

المونومرية.

$F$ =نسبة الكسور المولية الى المونومر (BA,IBA) في تركيب

البوليمر المشترك.

ويرسم العلاقة بين  $F-1/f$  على المحور الصادي و  $F/f^2$

على المحور السيني نحصل على خط مستقيم تم إيجاد ميله ومقطعه

على المحور الصادي بتطبيق طريقة المربعات الصغرى الميل ( $-r_2$ )

$r_2 = 2.017$  و  $0.089 = \text{intercept} = r_1$  slope=

ويوضح الشكل (2) الرسم البياني والجدول (3) قيم الاحداثيات.

r2	r1	Mayo & Lewis
1.960	0.086	
2.017	0.089	Fineman-Ross
2.089	0.070	Kelen & Tudos

طريقة كيلين - تودس

وهي طريقة مطورة ومحسنة مقارنة بالطريقة السابقة وتوفر

حساب اسرع من طريقة (فينمان وروز ) وباستخدام المعادلة التالية:

وكانت القيم المحسوبة هي: ( $r_1 = 0.079$ ) ، ( $r_2 = 2.017$ ). ويوضح

الجدول (3) والشكل (2) حسابات هذه الطريقة

ثالثاً: النتائج المحسوبة بطريقة (كيلين/تودس): في هذه الطريقة المطورة

عن السابقة تم كتابة

معادلة البلمرة المشتركة الى الصيغة الجديدة الاتية:

$$F = f \frac{1+r_1 f}{r_2 + f}$$

وحور كيلين وتودس المعادلة السابقة الى:

$$G = r_1 F - r_2$$

$$\frac{G}{F} = -r_2 \frac{1}{F} + r_1$$

وتم تعديل المعادلة لتصبح على النحو الاتي:

$$N = r_1 A - \frac{r_2}{\alpha} (I - A) \dots\dots\dots (*)$$

$$\alpha = \sqrt{\max^x \min^x}$$

$$A = \frac{F}{\alpha + F}, N = \frac{G}{\alpha + F}, \quad \alpha > 0$$

$\alpha$  = ثابت اكبر من الصفر

وكانت القيم المحسوبة بهذه الطريقة ( $r_1 = 0.070$ ) ،

( $r_2 = 2.089$ ) والجدول رقم (4). والشكل (3) يوضح حسابات هذه

الطريقة من خلال القيم المحسوبة لنسب الفعالية وبالطرق الثلاثة لنظام

البلمرة المشتركة (BA-co-IBA) تشير الى:

$r_1 = 0.084$  ،  $r_2 = 2.022$  قيمة  $r_1$  اقل من الواحد

الصحيح  $r_1 < 1$  لذلك تكون فعالية IBA اقل من فعالية البيوتاييل

اكريليت (BA) (قيمة  $r_2$  اكبر من  $r_1$ ) تجاه التفاعل مع الجذور الحرة

يوضح الجدول اعلاه قيم نسبة الفعالية  $r_1$  للمونوم (IBA) و

$r_2$  الى المونومر (BA) المحسوبة بالطرق الثلاثة في هذا البحث.

أولاً: النتائج المحسوبة بطريقة مايو- لويس:

تم حساب نسب الفعالية بتحويل معادلة البلمرة المشتركة الى

الصيغة في ادناه:

$$r_1 = \frac{[m_1]}{[m_2]} \left[ \frac{d[m_2]}{d[m_1]} (1 + r_1 \frac{[m_1]}{[m_2]} - 1) \right]$$

تمثل هذه المعادلة علاقة خطية بين ( $r_2, r_1$ ) بفرض قيمة الى  $r_1$

(0.1، 0.05) لكل نسبة مولية . في سلسلة البلمرة فنحصل على قيم  $r_2$

المقابلة حيث تقاطعت قيم نسب الفعالية المحسوبة في دائرة على الرغم

من ظروف التجارب الحالية وتأثر القيم بنتائج التحليل الواردة في

الجدول رقم (1) . وأعطت هذه الطريقة أوطا القيم ونعتقد أنها الأكثر

دقة. ويوضح الشكل (1) طريقة تقاطع الخطوط المرسومة بين القيم

المحسوبة بالتجربة.

ثانياً: النتائج المحسوبة بطريقة فينمان - روز:

جرى حساب نسب الفعالية بهذه الطريقة بتحويل معادلة البلمرة

المشتركة الى الصيغة الحالية:

$$\frac{F - 1}{f} = -r_2 \frac{F}{f^2}, f = \frac{[m_1]}{[m_2]}$$

$$F = \frac{d[m_1]}{d[m_2]}$$

$f$  = نسبة الكسور المولية للمونومر (BA,IBA) في مزيج التغذية

المونومرية.

$F$  = نسبة الكسور المولية للمونومر (BA,IBA) في تركيب البوليمر

المشترك.

- [7]. F.M. Lewis. F.R. Mayo and Huls J. Am. chem, soc , 61 , 1701 , (1945) .
- [8]. ALfray, C.piece, J.Am, V, Z, NO, 1 (1947)
- [9]. L.M. minsk. C.kotlarchik. and R.Sdarlak Journal. Polymer .Sci, Ed VII (1973).
- [10]. F,Hofma. U.S patent 1, 65, 770, (1913)) F. Klatte, Austrain patent 70, 348 (1914)
- [11]. I. Kondakovi, I, praket, chem, 64, 109 (1915) .
- 12-
- [13]. T.Alfray and G. Goldfinger. J. Polymer.sci, 1, 75, (1946)
- [14]. J. Joshi, R.M moeromo sci, chem., A7, 6, pp, 123,(1973)
- [15]. AL-Issa, Msc. MA. Thesis Salford university, salford.(1976).
- [16]. Davis. T.P.J. Polymer.sci .part A39 (2001)
- [17]. Polic, A, L: Duever, T.A Penlidis.A.J. polymer.sci, 36, 813,(1998).
- [18]. Pasquale, A, J.long .T. E. Macromolecules, 32,(1999).

جدول رقم (١) يوضح تركيب مزيج التغذية للمونوميرين و تركيب

البوليمر المشترك

Exp No	وزن IBA	وزن BA	النسب المولية ال IBA في مزيج التغذية f1	النسب المولية ال BA في مزيج التغذية f2	f=f1/f2	N%	النسب المولية ال IBA في البوليمر المشترك F1	النسب المولية ال BA في البوليمر المشترك F2	F=F1/F2	النسب المولية في مزيج IBA/BA التغذية
1	2.260	0.410	0.807	0.189	4.245	5.023	0.405	0.607	0.665	0.8/0.2

وكذلك نستنتج من حاصل ضرب  $(r_1r_2)$  بأن قيمتها اقل من الواحد

الصحيح (0.161) وعلى هذا الاساس فان  $r_2r_1 < 1$

وعليه فان سلوك البوليمر المشترك لذلك النظام يكون عشوائيا

ويقع بين السلوك المثالي والمتناوب لأن  $(r_1 < 1, r_2 > 1)$  [13]

حيث كلما اقتربت قيمة حاصل ضرب نسب الفعالية  $r_2r_1$

من الصفر يقترب الترتيب العشوائي للمونومرات في البوليمر المشترك

لتلك الانظمة حيث ان  $r_1 < 1$  و  $r_2 > 1$  في هذه الحالة يكون المونومر

الثاني BA اكثر فعالية من الاخر (IBA) لذلك تكون وحدات (BA)

اكثر عددا في تركيب البوليمر المشترك فيكون توزيع المونومرين

عشوائيا في تركيب البوليمر المشترك الثاني ولهذا يكون [18].

## References

- [1]. O, Driscoll. The nature and chemistry of high polymers Reinhold Publishing Corporation (1964)
- [2]. Konbakovi, I, Rev, Gev, Chem, Rass, 15,480, (1991)
- [3]. R.A. Raff. E.D., H.N, Friedland.Fall chem, ed, encyclopedia of polymer science and technology, V.6. Wielly, Newyork, P.257. (1967).
- [4].Dostal. H. monatsh, 69, 424, (1946)
- [5]. Norrish, R.W, B and Brookman, E.F. proeroy soc5-Landon, A. 171 .147, (1949)
- [6] Well, F, T.J. Aam, chem, soc, 63. 1862 (1941).

جدول (٣) قيم  $F-1/f$  و  $F/f^2$  لنظام البلمرة المشتركة بطريقة فينمان

Exp No	وروز					
	1	2	3	4	5	6
	F-1/f	0.097	0.152	0.309	1.309	1.106
	F/f <sup>2</sup>	0.048	0.137	0.192	0.631	0.931
3.431						1.606

جدول (٤) حسابات طريقة (كيليبن - تودس) لنظام البلمرة المشتركة

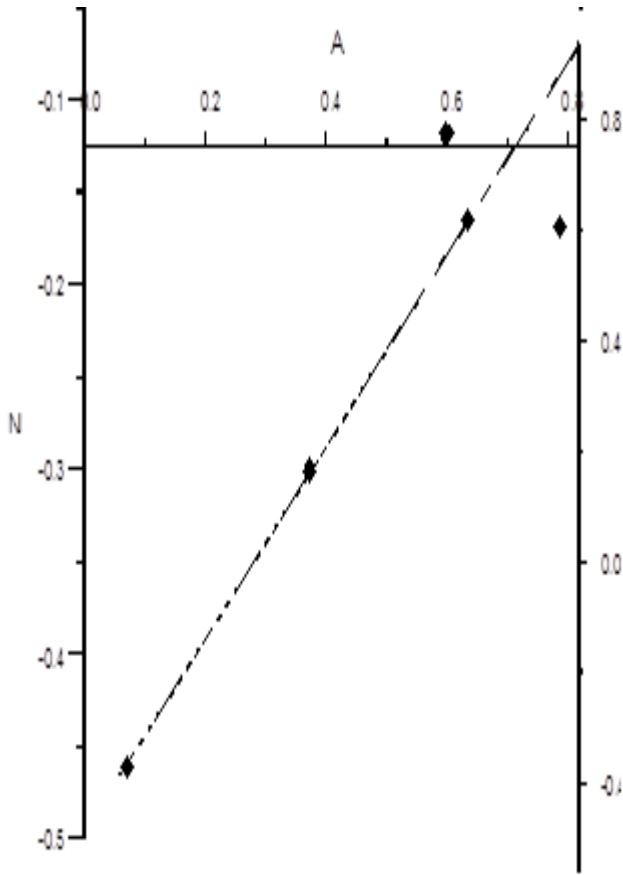
Exp No	حسابات طريقة (كيليبن - تودس)					
	1	2	3	4	5	6
G	-1.230	-1.421	-1.586	-1.721	-2.121	
$\alpha$	9.027	7.863	5.322	2.013	0.896	
N	-0.169	-0.114	-0.164	-0.300	-0.461	
A	0.787	0.598	0.540	0.325	0.182	

Exp No	حسابات طريقة (كيليبن - تودس)					
	1	2	3	4	5	6
	F-1/f	0.097	0.152	0.309	1.309	1.106
	F/f <sup>2</sup>	0.048	0.137	0.192	0.631	0.931
3.431						1.606

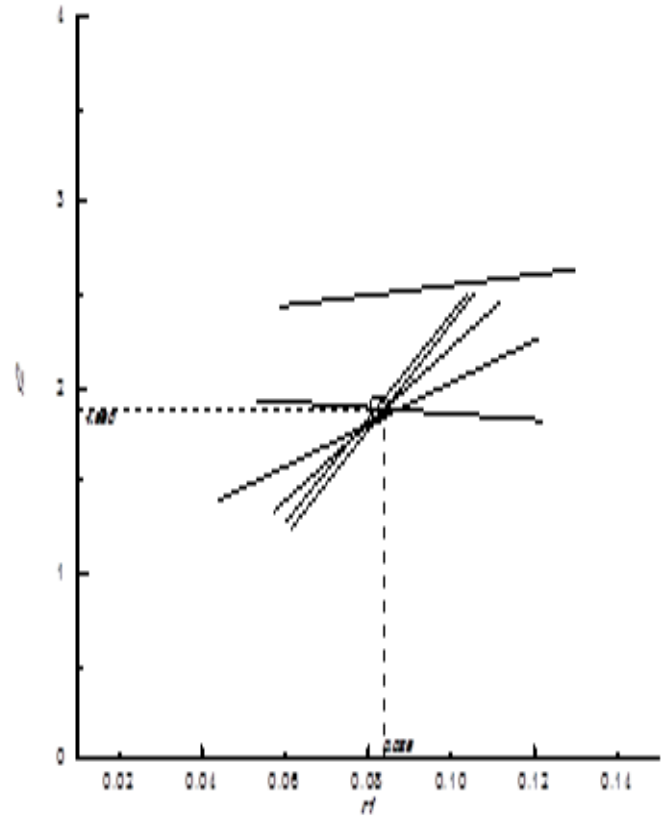
جدول (2) قيم  $f$  و  $1/F$  لنظام البلمرة (IBA.co.BA)

بطريقة مايو ولويس

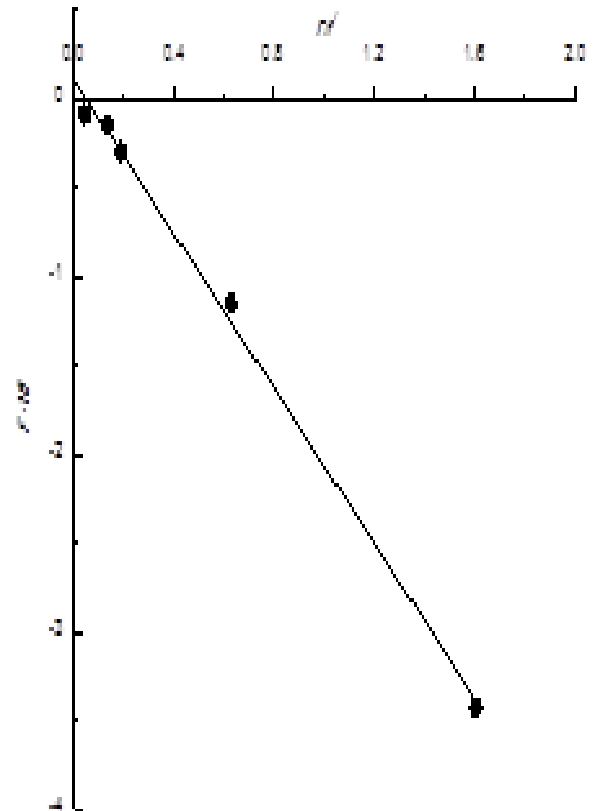
EXP. No	[m/m <sub>2</sub> ].f	d[m <sub>1</sub> /dm <sub>1</sub> . 1/F
1	3.987	1.496
2	2.413	1.521
3	1.945	2.023
4	0.761	3.632
5	0.531	6.239
6	0.271	9.174



الشكل (٣) العلاقة بين قيم (N) وقيم (A) لحساب نسب الفعالية بطريقة (كيلين . تودس) . لنظام البلمرة المشتركة



شكل رقم (١) تقاطع الخطوط المرسومة لقيم (r2 ، r1) لنظام البلمرة المشتركة (IBA- co-BA) بطريقة مايو - لويس.



شكل (٢) الرسم البياني بين قيم (F-1/ f) ، (F/f2) لحساب نسبة الفعالية بطريقة (فينمان . روز). لنظام البلمرة المشتركة.



## **COPOLYMERIZATION STUDY OF (N-ACRYLOY AMIDE) MONOMER WITH BUTY ACRYLATE AND DETERMINATION OF THE REACTIVITY RATIO.**

**Tarik A. Mondyl**

E.mail: [tarik\\_jm@yahoo.com](mailto:tarik_jm@yahoo.com)

### **Abstract**

In the present study, the copolymerization was carried out between Isobutyl acrylat (IBA) and butyl acrylate with different molar ratio. (0.2 m<sub>1</sub>/0.8 m<sub>2</sub> -----to 0.8 m<sub>1</sub>/0.2 m<sub>2</sub>) Where m<sub>1</sub> represent (IBA) and m<sub>2</sub> (BA).

The Polymerization was carried out by free radical using (AIBN) as initiator at 70°C. The reactivity ratios r<sub>1</sub> and r<sub>2</sub> of monomers participated in the reaction which leads to (IBA-co-BA) system. where Calculated using three method Mayo- Lewis as well as Fineman – Ross and Kelen-Tudos were used method to measure the percentage of reactivity ratios were adopted .The percentage of measure reactivity was found to be r<sub>1</sub>= 0.084 and r<sub>2</sub> = 2.022

This means that the reactivity of butyle acrylat (BA) m<sub>2</sub> is greater than reactivity of (IBA) m<sub>1</sub> and the copolymer is Random because the multiplication product of r<sub>1</sub> with r<sub>2</sub> equal to 0.169 which is less than one. r<sub>1</sub> r<sub>2</sub> <1 (0.169) less than one.