P- ISSN 1991-8941 , E-ISSN 2706-6703
2010 ,(4), (3) :44-49

مجلة جامعة الانبار للعلوم الصرفة (JUAPS)

Open Access

طريقة لحساب الحدود التقريبية المثلى للطبقات باستخدام توزيع نيومان.

عصام كامل احمد

جامعة الانبار-كلية التربية للعلوم الصرفة

معلومات البحث:

تاريخ التسليم: 2010/6/23
تاريخ القبول: 2010/12/30
تاريخ النشر: 14/ 6/ 2012
DOI: 10.37652/juaps.2010.15596

الكلمات المفتاحية:

حساب ،
حدود تقريبية مثلى ،
توزيع نيومان.

الخلاصة:

تم في هذا البحث دراسة طريقة تقريبية جديدة هي ($cum.f^{\frac{25}{26}}$) والتي تستخدم في حساب الحدود الطبقية التقريبية باستخدام توزيع نيومان في حالة دراسة المجتمعات ذات العينات الغير متجانسة ومقارنتها مع أكفأ الطرق التقريبية السابقة وهي طريقة ($cum.f^{\frac{5}{6}}$) .وتبين من خلال هذه الدراسة إن الطريقة الجديدة تكون أكفأ من الطريقة القديمة في حالة التوزيع المنتظم ولجميع قيم d,أما في حالة التوزيع الطبيعي فان كفاءة الطريقة الجديدة على الطريقة القديمة تعتمد على قيمة σ ,فإذا كانت ($\sigma<0.2287$) فان الطريقة القديمة تكون أكفأ من الطريقة الجديدة, أما إذا كانت(σ = o.2287) فان الطريقتين تصبحان في نفس المستوى من الكفاءة ,أما أذا كانت ($\sigma> 0.2287$) فان الطريقة الجديدة تكون أكفأ من الطريقة القديمة .أما في حالة التوزيع الآسي ايظا لم تكن الطريقة الجديدة هي الأكفأ دائما وانما ضمن فترة معينة

المقدمة :

يعد موضوع العينات الذي هو احد فروع علم الإحصاء من المواضيع المهمة في البحث العلمي حيث , تقسم البحوث الإحصائية من حيث درجة الشمول إلى بحوث بطريقة الحصر الشامل وأخرى بطريقة العينات .تستخدم طريقة العينات في حالة كون الباحث يملك طائفة من المعلومات عن المجتمع تساعده على اختيار العينة المناسبة التي تمثل ذلك المجتمع تمثيلا جيدا, أو في حالة تعذر أو استحالة طريقة الحصر الشامل لأسباب مختلفة, ولكي يكون حكمنا على الكل حكما دقيقا وصحيحا يجب علينا إن نهتم بالطريقة التي نختار بها الجزء حتى نحصل على النتيجة الدقيقة, وعليه يجب إن نختار طريقة المعاينة بحيث تكون خواص المجتمع بما فيها الاختلافات بين المفردات منعكسة في العينة بأحسن ما يسمح به حجم العينة , وهكذا نرى أن اختيار العينات ليس بمجرد استخدام جزء من المجتمع بدلا منه فحسب وإنما هو أسلوب يستند على قواعد مستمدة من النظرية الإحصائية والتي تعتمد على نظرية الاحتمالات وقواعد رياضية ,لذلك أصبحت نظريات العينات أساس كثير من الدراسات النظرية والعملية .إن إحدى طرق سحب العينات من المجتمع هي طريقة المعاينة العشوائية الطبقية البسيطة (Stratified Simple Random Sampling) والتي تستخدم في حالة المجتمعات الغير متجانسة .حيث يتم في هذه الطريقة تقسيم المجتمع تحت الدراسة إلى L من الطبقات وتوزع الوحدات الإحصائية المكونة للمجتمع على هذه الطبقات بحيث نحصل على طبقات متجانسة ومستقلة بعضها عن البعض الأخر ومن ثم تجري عملية البحث والدراسة والتحليل على هذه الطبقات.

فإذا قسم المجتمع الذي له توزيع بدالة كثافة احتمالية f(y) معرفة على ضمن الفترة [a ,b] إلى, L من الطبقات بالحدود ($a = y_0 < y_1 < .... < y_L = b$) فانه يجب إيجاد L-1 من الحدود لهذه طبقات بحيث إن ($y_1 < y_2 < .... < y_{L-1}$) وان($y_1 , y_2 \cdots y_{L-1}$) هـي قيم لمتغيرات عشوائية مستقلة ولها نفس التوزيع .لقد وجد (Dalenius & Hodges ,1959) أن تباين الوسط الحسابي الطبقي $V_{Ney}(\bar{y}_{st})$ يصبح اقل ما يمكن عند تحقق المعادلات التالية (4):

$$\frac{(y_h - \mu_h)^2 + \sigma_h^2}{\sigma_h} = \frac{(y_h - \mu_{h+1})^2 + \sigma_h^2}{\sigma_{h+1}}$$

$h = 1,2,..., L-1$ حيث إن μ_h هي معدل الطبقة h وتحسب من المعادلة .

* Corresponding author at: Anbar University - College of Education for Pure Sciences, Iraq;
ORCID:
E-mail address: isamkml@yahoo.com

$$\mu_h = \frac{1}{w_h} \int_{y_{h-1}}^{y_h} y\, f(y)\, dy$$

وان w_h هي وزن الطبقة h وتحسب من المعادلة:

$$w_h = \int_{y_{h-1}}^{y_h} f(y)\, dy$$

وان تباين الطبقة h هو σ_h ويحسب من المعادلة:

$$\sigma^2{}_h = \frac{1}{w_h} \int_{y_{h-1}}^{y_h} y^2 f(y)\, dy - \mu_h^2$$

ويلاحظ من المعادلات أعلاه إن الحل المباشر لها غير ممكن وذلك لان y_h تعتمد في حسابها على σ_h^2 , μ_h وان σ_h^2 , μ_h تعتمدان في حسابهما على y_h وبالتالي لا يمكن الحصول على حل مباشر لمجموعة المعادلات أعلاه باستخدام الطرق التكرارية يمكن الحصول على حل للمعادلات أعلاه وتكون النتائج أفضل من كل الطرق التقريبية لكنها تكون معقدة بعض الشيء (المذحجي) (1).

أما بالنسبة إلى الطرق التقريبية فهي تعطي حلول تقريبية وهذه الحلول المقربة تعطي صيغ تقريبية إلى $V_{Ney}(\bar{y}_{st})$. حيث إن أول طريقة تقريبية لإيجاد الحدود الطبقية المثلى في حالة التوزيع النسبي هي طريقة $cum.f^{\frac{1}{2}}$ وقد وجدها العالم (Dolenius & Hadges 1959,) (4) حيث تم تجزئة تدريج $cum.f^{\frac{1}{2}}$ إلى مديات متساوية بالاعتماد على توزيع نيومان حيث افترض إن :

$$K(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{1}{2}}(y)\, dy$$

ووجد بان التباين الأمثل لهذه الطريقة هو

$$v_1(\bar{y}_{st}) = \frac{K^4(y)}{12nL^2}$$

وكذلك درست هذه الطريقة من قبل كل من (Singh & Sukhatma ,1969,1970) اعتمادا على التوزيع النسبي وتوزيع نيومان (7,6) , كما وجد (serfling ,1968) قيمة تقريبية لتباين الوسط الحسابي الطبقي اعتمادا على الطريقة التقريبية السابقة (5) وكذلك اقترح كل من القصاب والطائي (1994) طريقة تقريبية جديدة في حالة توزيع نيومان هي $cum.f^{\frac{2}{3}}$ (3), حيث تم تجزئة تدريج $cum.f^{\frac{2}{3}}$ إلى مديات متساوية بالاعتماد على توزيع نيومان حيث افترض إن

$$H(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{2}{3}}(y)\, dy$$

ووجد بان التباين الأمثل لهذه الطريقة هي:

$$v_2(\bar{y}_{st}) = \frac{H^3(y)}{12nL^2}$$

وفي عام (1996) قام القصاب وأزهار باقتراح طريقتين تقريبيتين في حالة توزيع نيومان هما $cum.f^{\frac{1}{3}}$, $cum.f^{\frac{5}{6}}$ ووجدا التباين الوسط الحسابي الطبقي للطريقة $cum.f^{\frac{1}{3}}$ (2) هو:

$$v_3(\bar{y}_{st}) = \frac{M^6(y)}{12nL^2}$$

حيث إن :

$$M(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{1}{3}}(y)\, dy$$

وان تباين الوسط الحسابي الطبقي للطريقة $cum.f^{\frac{5}{6}}$ هو:

$$v_4(\bar{y}_{st}) = \frac{C^{\frac{12}{5}}(y)}{12nL^2}$$

حيث إن :

$$C(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{5}{6}}(y)\, dy$$

ولوحظ من ذلك إن طريقة $cum.f^{\frac{5}{6}}$ هي أكفأ الطرق التقريبية الموجودة لأنها تعطي اقل قيمة لتباين الوسط الحسابي الطبقي $v(\bar{y}_{st})$ (2).

أما في هذا البحث فقد تم اقتراح طريقة جديدة هي $cum.f^{\frac{25}{26}}$, ومن اجل دراسة هذه الطريقة, فإننا سنشتق $v_5(\bar{y}_{st})$ الخاص بهذه الطريقة ومقارنتها مع أفضل الطرق السابقة وهي $cum.f^{\frac{5}{6}}$ وذلك باستخدام التوزيعات الاحتمالية (التوزيع المنتظم, التوزيع الطبيعي,التوزيع الآسي) نفرض إن:

$$D(y) = \int_a^b f^{\frac{25}{26}}(y)\, dy$$

وان توزيع y له دالة كثافة احتمالية f(y) وتباين محدد σ2 في الفترة [a b] بحيث إن f (y) خارج هذه الفترة تكون مساوية للصفر مع خطا يمكن إهماله وان حدود الطبقات للفترة [a ,b]هي

$y_0 = a < y_1 < \ldots < y_L = b$ والتي تعرف ببناء L من الطبقات داخل الفترة [a , b] حيث إن

$$y_0(Y)=a \qquad y_L(Y)=b$$

$$D_h(Y)=\int_{y_{h-1}}^{y_h} f^{\frac{25}{26}}(y)\,dy \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$h=1,2,\ldots L-1$$

حيث إن:

$$\sigma^2{}_h = \frac{1}{w_h}\int_{y_{h-1}}^{y_h} y^2 f(y)\,dy - \mu_h^2$$

$$w_h = \int_{y_{h-1}}^{y_h} f(y)\,dy$$

وعلى فرض إن f(y) يمكن تقريبها داخل الطبقة h بقيمتها المتوسطة μ_h وعليه فان :

$$\mu_h = \frac{1}{w_h}\int y f(y)\,dy$$

$$w_h = \int_{y_{h-1}}^{y_h} \mu_h\,dy = \mu_h(y_h - y_{h-1}) \;\ldots\ldots\ldots(2)$$

وان:

$$\mu_h = \frac{1}{w_h}\int_{y_{h-1}}^{y_h} y f(y)\,dy = \frac{1}{w_h}\int_{y_{h-1}}^{y_h} y\mu_h\,dy = \frac{\mu_h(y_h^2 - y_{h-1}^2)}{2w_h}$$

وبالتعويض عن قيمة w_h نحصل على

$$\mu_h = \frac{y_h + y_{h-1}}{2} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وكذلك:

$$\sigma_h^2 = \frac{1}{w_h}\int_{y_{h-1}}^{y_h} y^2 f(y)\,dy - \mu_h^2 = \frac{1}{w_h}\int_{y_{h-1}}^{y_h} y^2 \mu_h\,dy - \mu_h^2$$

وبالتعويض عن قيمة w_h , μ_h نحصل على

$$\sigma_h^2 = \frac{(y_h - y_{h-1})}{12} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ولكن:

$$D_h(Y)=\int_{y_{h-1}}^{y_h} f^{\frac{25}{26}}(y)\,dy$$

$$= \int_{y_{h-1}}^{y_h} \mu_h^{\frac{25}{26}}\,dy = \mu_h^{\frac{25}{26}}(y_h - y_{h-1})$$

$$\mu_h^{\frac{25}{26}} = \frac{D_h(Y)}{(y_h - y_{h-1})}$$

$$\therefore \mu_h = \frac{D_h^{\frac{26}{25}}(Y)}{(y_h - y_{h-1})^{\frac{26}{25}}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

إن تباين الوسط الحسابي الطبقي $V_{Ney}(\bar{y}_{st})$ باستخدام توزيع نيومان يعطى بالمعادلة آلاتية(1).

$$V_{Ney}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{n}\left(\sum_{h=1}^{L} w_h\,\sigma_h\right)^2$$

وبالتعويض المعادلات 2,4,5 في المعادلة أعلاه نحصل على:

$$V_{Ney}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{12n}\left(\sum_{h=1}^{L} D^{\frac{26}{25}}(Y)\,(y_h - y_{h-1})^{\frac{24}{25}}\right)^2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

و ما إن $\sum D_h(Y) = D(y)$ هو مستقل عن اختيار حدود الطبقات وان المعادلة (6) تصبح اقل ما يمكن عندما $D_h(Y)$ هو ثابت لجميع قيم h أي إن :

$$\sum_{h=1}^{L} D_h(Y) = D(Y)$$

$$L\,D_h(Y) = D(Y)$$

$$D_h(Y) = \frac{D(Y)}{L}$$

لذلك يصبح تباين الوسط الحسابي الطبقي بالصيغة:

$$V_{Ney}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{12n}.\left(\sum_{h=1}^{L} \frac{D^{\frac{26}{25}}(Y)}{L^{\frac{26}{25}}}(y_h - y_{h-1})^{\frac{24}{25}}\right)^2$$

$$\therefore V_5 = V_{Ney}(\bar{y}_{st}) = \frac{D^{\frac{52}{25}}(Y)}{12\,n\,L^2} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

النتائج والمناقشة :

ألان سنقوم بدراسة طريقة $cum.f^{\frac{25}{26}}$ اعتمادا على التوزيعات الاحتمالية (التوزيع المنتظم, التوزيع الطبيعي, التوزيع الآسي) , ومقارنة النتائج مع أكفأ الطرق السابقة وهي طريقة $cum.f^{\frac{5}{6}}$. لقد استخدمت هذه التوزيعات لإجراء المقارنة من قبل القصاب والطائي (1994) للمقارنة بين طريقة $cum.f^{\frac{1}{2}}$ وطريقة $cum.f^{\frac{2}{3}}$, وايضا استخدمها القصاب وأزهار(1996) لمقارنة الطريقتين $cum.f^{\frac{1}{3}}$ و $cum.f^{\frac{5}{6}}$ مع الطريقتين $cum.f^{\frac{1}{2}}$ و $cum.f^{\frac{2}{3}}$ حيث اثبت كفاءة الطريقة $cum.f^{\frac{5}{6}}$ على كل الطرق الأخرى. ويتم المقارنة بين قيم $nV_{Ney}(\bar{y}_{st})$ للطريقة الجديدة و طريقة $cum.f^{\frac{5}{6}}$ ولقيم مختلفة L .

1 – التوزيع المنتظم: (Uniform Distribution) بدالة كثافة احتمالية:

$$f(y)=\begin{cases} d^{-1} & c<y<c+d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

لحساب $nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ باستخدام التوزيع المنتظم نحسب أولا قيمة $D^{\frac{52}{25}}(Y)$.

$$D(Y)=\int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{25}{26}}(y)\,dy = \int_{c}^{c+d} (\frac{1}{d})^{\frac{25}{26}}\,dy = d^{\frac{1}{26}}$$

$$\therefore D^{\frac{52}{25}}(Y)=d^{\frac{2}{25}} \qquad \therefore nv_{Ney}(\bar{y}_{st})=\frac{d^{\frac{2}{25}}}{12L^2}$$

وبالتعويض عن قيم مختلفة [d > 1] تم التوصل إلى النتائج الموضحة في الجدول رقم (1):

نلاحظ من الجدول(1) إن قيمة $V_5=nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ الخاص بالطريقة الجديدة يكون دائما اقل من $V_4=nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ الخاص بالطريقة السابقة لكل قيم [d > 1], وكلما كانت قيمة d كبيرة كلما كان الفرق بين القيمتين كبير.وهذا يدل على إن الطريقة الجديدة هي أكفأ من الطريقة السابقة باستخدام التوزيع المنتظم

جدول رقم (1)

d	L	nv_4	nv_5	d	nv_4	nv_5
1.1	1	0.08657	0.08397	5	0.15864	0.09478
	2	0.02164	0.02099		0.03966	0.02370
	3	0.00962	0.00933		0.01763	0.01053
	4	0.00541	0.00525		0.00992	0.00592
	5	0.00346	0.00336		0.00635	0.00379
	6	0.00241	0.00233		0.00441	0.00263
	7	0.00177	0.00171		0.00324	0.00193
	8	0.00135	0.00131		0.00248	0.00148
	9	0.00107	0.00104		0.00196	0.00117
	10	0.00087	0.00084		0.00159	0.00095
2	1	0.10996	0.08809	6	0.17064	0.96177
	2	0.02749	0.02202		0.04266	0.02404
	3	0.01222	0.00979		0.01896	0.01069
	4	0.00687	0.00551		0.001067	0.00601
	5	0.00400	0.00352		0.00683	0.00385
	6	0.00305	0.00245		0.00474	0.00267
	7	0.00224	0.00180		0.00348	0.00196
	8	0.00172	0.00138		0.00267	0.00150
	9	0.00136	0.00109		0.00211	0.00119
	10	0.00110	0.00088		0.00171	0.00096

2 – التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) إن دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي:

$$f(y)=\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-1}{2}(\frac{y-\mu}{\sigma})^2} & -\infty<y<\infty\ ,\ \sigma^2>0\ ,\ -\infty<\mu<\infty \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

لـ

ساب $nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ باستخدام التوزيع الطبيعي نحسب $D^{\frac{52}{25}}(Y)$

$$D(Y)=\int_{-\infty}^{\infty} f^{\frac{25}{26}}(y)\,dy=\int_{-\infty}^{\infty}[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{\frac{-1}{2}(\frac{y-\mu}{\sigma})^2}]^{\frac{25}{26}}\,dy$$

$$x=\frac{y-\mu}{\sigma} \quad \to \sigma x=y-\mu \quad \to \sigma\, dx=dy$$

$$D(Y)=(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}})^{\frac{25}{26}}.2\sigma\int_{0}^{\infty}[e^{\frac{-x^2}{2}}]^{\frac{25}{26}}dx$$

$$=\sigma^{\frac{1}{26}}(0.413295)\,.2\int_{0}^{\infty} e^{\frac{-25x^2}{52}}\,dx$$

$$u=\frac{25x^2}{52} \quad \to \quad x^2=\frac{52}{25}u \quad \to \quad 2x\,dx=\frac{52}{25}du$$

$$dx=\frac{26}{25x}du=\sqrt{\frac{26}{50}}\;u^{\frac{-1}{2}}\,du$$

$$D(Y)=\sigma^{\frac{1}{26}}(0.596062)\int_{0}^{\infty} e^{-u}u^{\frac{-1}{2}}\,du$$

$$=\sigma^{\frac{1}{26}}(0.596062)\ \sqrt{\pi}=\sigma^{\frac{1}{26}}(1.056490)$$

$$\therefore\ D^{\frac{52}{25}}(Y)=\sigma^{\frac{2}{25}}(1.121089)$$

$$\therefore v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})=\frac{\sigma^{\frac{2}{25}}(1.121089)}{12\,L^2}$$

وبالتعويض عن قيم مختلفة لـ (σ) نحصل على النتائج الموضحة في الجدول رقم (2).

جدول رقم (2)

σ	L	V_4	V_5	σ	L	V_4	V_5
0.21	1	0.08023	0.08246	0.2287	1	0.08302	0.08302
	2	0.02006	0.02062		2	0.02076	0.02076
	3	0.00892	0.00916		3	0.00922	0.00924
	4	0.00502	0.00515		4	0.00520	0.00520
	5	0.00321	0.00330		5	0.00332	0.00332
	6	0.00223	0.00230		6	0.00231	0.00231
	7	0.00164	0.00168		7	0.00170	0.00170
	8	0.00125	0.00129		8	0.00130	0.00130
	9	0.00099	0.00102		9	0.00103	0.00103
	10	0.00080	0.00083		10	0.00083	0.00083
1.05	1	0.15274	0.09379	2.1	1	0.20154	0.09914
	2	0.03819	0.02345		2	0.05039	0.02478
	3	0.01697	0.01042		3	0.02240	0.01102
	4	0.00955	0.00586		4	0.01260	0.00620
	5	0.00611	0.00375		5	0.00806	0.00397
	6	0.00424	0.00261		6	0.00560	0.00275
	7	0.00312	0.00191		7	0.00411	0.00202
	8	0.00239	0.00147		8	0.00315	0.00155
	9	0.00189	0.00116		9	0.00249	0.00122
	10	0.001153	0.00094		10	0.00202	0.00099

نلاحظ من الجدول أعلاه بصورة عامة إن تباين الوسط الحسابي الطبقي يقل بازدياد عدد الطبقات, وان قيمة تباين الوسط الحسابي الطبقي تتأثر بقيمة σ حيث إن قيمة $V_4=nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ الخاص بالطريقة السابقة

يكون اقل من قيمة $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ الخاص بالطريقة الجديدة عندما تكون ($\sigma < 0.2287$), ولذلك تكون الطريقة السابقة أكفأ من الطريقة الجديدة ضمن هذه الفترة, وعندما تكون ($\sigma = 0.2287$) تصبح قيمة $v_4 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ مساوية إلى قيمة $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ بعد التقريب إلى اقرب خمس مراتب عشرية ولذلك تكون الطريقتين بنفس الكفاءة, وعندما تكون ($\sigma > 0.2287$) فان قيمة $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ تكون اقل من قيمة $v_4 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ لذلك تكون الطريقة الجديدة أكفأ من الطريقة السابقة .

3 – التوزيع الآسي (Exponential Distribution) إن دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي

$$f(Y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & y > 0 ,\ \lambda > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

لحساب $nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ باستخدام التوزيع الآسي نحسب $D^{\frac{52}{25}}(Y)$

$$D(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} [f(y)]^{\frac{25}{26}} dy = \int_{-\infty}^{\infty} (\lambda e^{-\lambda y})^{\frac{25}{26}} dy$$

$$= \lambda^{\frac{25}{26}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-25}{26}\lambda y} dy$$

$$u = \frac{25\lambda y}{26} \rightarrow 26\,du = 25\lambda y \rightarrow dy = \frac{26}{25\lambda} du$$

$$\therefore D(Y) = \lambda^{\frac{25}{25}} \int_{0}^{\infty} e^{-u} \frac{26}{25} du = \frac{26}{25} \lambda^{\frac{-1}{26}}$$

$$\therefore D^{\frac{52}{25}}(Y) = (1.084999)\lambda^{\frac{-2}{25}}$$

$$\therefore\ v_5 = nv_{Ney}(y_{st}) = \frac{(1.084999)\ \lambda^{\frac{-2}{25}}}{12 L^2}$$

وبالتعويض قيم مختلفة لكل ($\lambda > 0$) في المعادلة أعلاه نحصل على النتائج الموضحة في الجدول رقم (3).

جدول رقم (3)

λ	L	V_4	V_5	λ	L	V_4	V_5
0.5	1	0.17	0.09	1.	1	0.10	0.08
		032	556	5		975	754
	2	0.04	0.02		2	0.02	0.02
		258	389			744	188
	3	0.01	0.01		3	0.01	0.00
		892	062			220	973
	4	0.01	0.00		4	0.00	0.00
		065	600			686	547
	5	0.00	0.00		5	0.00	0.00
		681	338			439	350
	6	0.00	0.00		6	0.00	0.00
		473	266			305	243
	7	0.00	0.00		7	0.00	0.00
		348	195			224	179
	8	0.00	0.00		8	0.00	0.00
		266	150			172	114
	9	0.00	0.00		9	0.00	0.00
		210	118			136	108
	10	0.00	0.00		1	0.00	0.00
		170	096		0	110	088
3.042	1	0.08	0.08	6	1	0.06	0.07

		272	272			304	834
	2	0.02	0.02		2	0.01	0.01
		068	068			576	959
	3	0.00	0.00		3	0.00	0.00
		919	919			700	871
	4	0.00	0.00		4	0.00	0.00
		517	517			394	490
	5	0.00	0.00		5	0.00	0.00
		331	331			252	313
	6	0.00	0.00		6	0.00	0.00
		230	230			175	218
	7	0.00	0.00		7	0.00	0.00
		169	169			129	160
	8	0.00	0.00		8	0.00	0.00
		129	129			099	122
	9	0.00	0.00		9	0.00	0.00
		102	102			078	097
	10	0.00	0.00		1	0.00	0.00
		083	083		0	063	078

نلاحظ من الجدول أعلاه انه كلما كانت قيمة ($\lambda < 3.042$) فان قيمة $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ تصبح اقل من قيمة $v_4 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$, وبناء على ذلك تكون الطريقة الجديدة أكفأ من الطريقة القديمة ضمن هذه الفترة. وعندما تكون ($\lambda = 3.042$) فان قيمة $v_4 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ مساوية إلى قيم $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ بعد تقريب الناتج إلى اقرب خمسة مراتب عشرية وتكون الطريقتين في نفس المستوى من الكفاءة, أما, إذا كانت قيمة ($\lambda > 3.542$) فان قيمة $v_4 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ تصبح اقل من قيمة $v_5 = nv_{Ney}(\bar{y}_{st})$ لذلك تكون الطريقة القديمة أكفأ من الطريقة الجديدة ضمن هذه الفترة .

نستنتج مما تقدم :

1 – إن الطريقة التقريبية الجديدة باستخدام توزيع نيومان تكون أكفأ من الطريقة القديمة في حالة التوزيع المنتظم ولجميع قيم d .

2 – في حالة التوزيع الطبيعي نلاحظ انه عندما تكون قيمة ($\sigma < 0.2287$)تكون الطريقة التقريبية الجديدة أكفأ من الطريقة القديمة, وفي حالة ($\sigma = 0.22987$) فان الطريقتين تصبحان في نفس المستوى من الكفاءة, إما في حالة ($\sigma > 0.2287$) فان الطريقة القديمة تكون أكفأ من الطريقة الجديدة .

3 – أما في حالة التوزيع الآسي نلاحظ انه عندما تكون قيمة ($\lambda < 3.042$) تكون الطريقة الجديدة أكفأ من الطريقة القديمة ضمن هذه الفترة. وعندما تكون ($\lambda = 3.042$) فان الطريقتين تصبحان في نفس المستوى من الكفاءة أما, إذا كانت قيمة ($\lambda > 3.542$) تكون الطريقة القديمة أكفأ من الطريقة الجديدة ضمن هذه الفترة .

4– في جميع الحالات كلما زاد عدد الطبقات أصبح الوسط الحسابي الطبقي اقل.

5 – إن الطرق المقترحة التقريبية هي ليست الحلول الوحيدة للوصول إلى اقل تباين, حيث من الممكن إجراء بحوث في المستقبل تتضمن إيجاد الحالة العامة للكسر التي تعطي اقل تباين

المصادر :

1 – الحسو ,أزهار عبد الرزاق , القصاب, موفق محمد , طرق تقريبية لحساب الحدود الطبقية المثلى باستخدام توزيع نيومان العراق, جامعة الموصل, رسالة ماجستير, 1996,

2 – المذحجي ,الهام عبد العزيز, القصاب, موفق محمد, مسالة التقسيم الطبقي الأمثل باستخدام تخصيص نيومان ,الأردن, جامعة أل البيت,2003

3 – Al – Kassab .MMT & Al-Taay .H ,"Approximately Optimal Stratification Using Neyman Allocation" ,J of Tanmiat Al – Rafidain ,(1994) .

4 – Dalenius .T & Hodges .J .L ,"Minimum Variance Stratification" .J .Amer. Stat. Ass. Vol. 54.pp.88 – 101 ,(1959).

5 – Serfling .R .S ."Approximately Optimal Stratification ".J .Amer .Stat .Ass .Vol .63 .pp.1298 – 1309 .(1968)

6 – Singh ,R .& Sukhatme .B .V , "Optimum Stratification" ,Ann .1nst .Stat .Math ,Vol 21 ,Pp .515 – 529 ,(1969)

7 - Singh ,R .& Sukhatme .B .V ,A Not On , "Optimum Stratification" . J .of Indian Soc ,Vol .24 ,Pp .91 – 98 ,(1972)

8- Ahmed mahir R.,AL-khazaleh A.m H., Akassab m.mt."approximation method in finding optimum stratum depending on Neyman Allocation Applied on beta distribution"21wseas int. conf. on applied mathematics, cairo,Egpt, December 29-31,2007 pp. 341-345.

METHOD OF APPROXIMATELY OPTIMAL STRATIFICATION USING NEYMAN ALLOCATION

ISAM K. AHMED

E: isamkml@yahoo.com

ABSTRACT:

In this paper ,I have studied a new(which cum.f approximate method)is used for calculating the approximate normal boundaries by using the Neyman allocation in case of studying classes that have heterogeneous samples and compared it with the most efficient approximate method ,which is $(\mathrm{cum.}f^{\frac{5}{6}})$ .It turned out through this study that the new method is more efficient than the old method in case of the uniform distribution and for all values of d ,while in case of the normal distribution , the efficiency of the new method on the old one depends on value (σ) ,if it was ($\sigma < 0.2287$) the old method would be more efficient than the new one ,while if it was ($\sigma = 0.2287$) ,the two methods would be at the same level of efficiency ,while if it was ($\sigma > 0.2287$) ,the new method would be more efficient than the old one ,As for the exponential distribution ,the new method would not always be efficient but during specific moment depending on value (λ) ,while if it was ($\lambda < 3.042$) ,the new method would be more efficient than the old one ,if it was ($\lambda = 3.42$) the two methods would be at the same level of efficiency , while if it was ($\lambda > 3.042$) the old method would be more efficient than the new one.